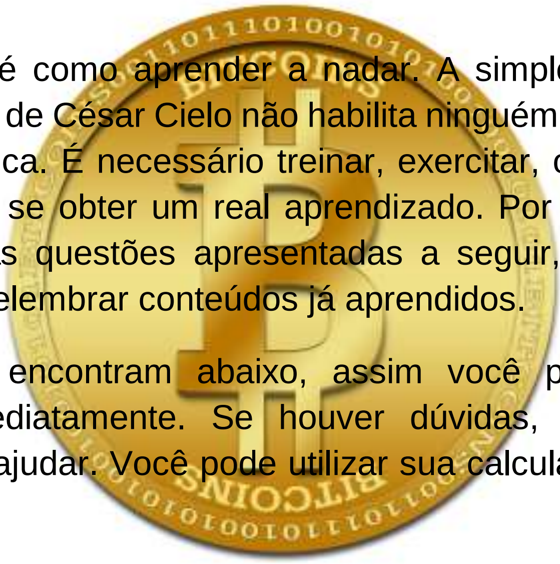
MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA1 – Pré-requisitos



Aprender álgebra é como aprender a nadar. A simples observação da técnica e perfeição de César Cielo não habilita ninguém a se aventurar em uma piscina olímpica. É necessário treinar, exercitar, o velho e bom par papel e lápis para se obter um real aprendizado. Por mais simples que possam parecer as questões apresentadas a seguir, elas sem dúvida colaborarão para relembrar conteúdos já aprendidos.

As respostas se encontram abaixo, assim você pode conferir seu conhecimento imediatamente. Se houver dúvidas, seus professores ficarão felizes em ajudar. Você pode utilizar sua calculadora científica ou financeira.

1. Simplifique ao máximo as expressões:
   a) $-\frac{3}{5}.a^{3}.b.c.\frac{75}{6}.a^{-1}.b^{2}.c^{-2}$
   b) $\left(-12.a^{4}.b^{3}.c^{2}\right)\div\left(\frac{4}{3}.a^{-1}.b^{4}.c^{2}\right)$
   c) $5^{2/3}.\left(\frac{1}{25}-5^{-1}\right)^{1/3}$
   d) $\left[-\left(\frac{1}{2}-1^{-1}\right)\right]^{4}$
   e) $\dfrac{\left(1+\frac{1}{5}\right)^{4}-1}{\left(1+\frac{1}{5}\right)^{4}.\frac{1}{5}}$

2. Determine o décimo primeiro termo da P.G. de razão -1/2 cujo terceiro termo é 6.

3. Calcule o logaritmo de 1000 na base 4.

Imagem: criptomoeda Bitcoin

4. Um terço elevado a certo número resulta dois quintos. Qual é este número?

   Agora vamos pensar percentualmente:

5. Um número, diminuído de 40%, é 12. Qual é o número?

6. Devido à escassez de cacau, um bolo de chocolate sofreu um aumento de 8%, passando a custar R$ 23,76. Qual era o preço do bolo antes do aumento?

7. Que porcentagem deve ser adicionada a R$ 50,00 para que se obtenha R$ 160,00?

8. Uma loja vende um casaco por R$ 330,00 na compra por atacado de mais de 10 peças, e calcula 35% de lucro líquido em cada peça. O casaco comprado no varejo custa R$ 410,00. Qual a porcentagem de lucro líquido na peça vendida a varejo?

9. Minha coleção de tampinhas de garrafa vale R$ 820,00. Vendo-lhe tão lindas raridades com desconto de 10% mais 5%, ou então lhe concedo desconto de 15%. Fazendo a escolha mais vantajosa, quanto você economiza?

10. Isidoro necessita 1/6 de seu salário para o plano de saúde, 2/11 para alimentação, 1/18 para vestuário, 1/20 para transporte e 3/40 para lazer e viagens. Como não tem outras despesas fixas pois habita na casa dos pais, consegue economizar certo valor mensal. Que porcentagem de seu salário consegue poupar?

11. Joaquim tem uma quitanda. Como suas bananas apresentavam realmente uma qualidade excepcional, resolveu aumentar o preço normal em 10%. Quando passei na quitanda dois dias depois, as bananas já não apresentavam tão bom aspecto e Joaquim tinha abaixado o preço em 15%. Joaquim é meu amigo e por isso me concede normalmente um desconto de 6% sobre o preço de toda

a sua mercadoria. Que porcentagem paguei sobre o preço normal das bananas?

Respostas:

1. a) $-\dfrac{15.a^2b^3}{2c}$; b) $-\dfrac{9.a^5}{b}$; c) $-\sqrt[3]{4}$; d) $\dfrac{1}{16}$; e) $\cong 2{,}589$
2. $a_{11} = \dfrac{3}{128}$
3. $\cong 4{,}9829$
4. $x \cong 0{,}834044$
5. 20
6. R$ 22,00
7. 220%
8. 91,14%.
9. R$ 123,00
10. 45%
11. 12,11%

Gabarito do MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA1 – Pré-requisitos

Profª. Silvia Wapke Graf

Resoluções:

1. a) $-\frac{3}{5}.a^3.b.c.\frac{75}{6}.a^{-1}.b^2.c^{-2} = -\frac{3}{5}.\frac{75}{6}.\frac{a^3.b.c.b^2}{a.c^2} = -\frac{15.a^2b^3}{2c}$

b) $\left(-12.a^4.b^3.c^2\right) \div \left(\frac{4}{3}.a^{-1}.b^4.c^2\right) = -\frac{9.a^5}{b}$

c) $5^{2/3}.\left(\frac{1}{25}-5^{-1}\right)^{1/3} = \sqrt[3]{5^2}.\sqrt[3]{\frac{1}{25}-\frac{1}{5}} = \sqrt[3]{25}.\sqrt[3]{\frac{1-5}{25}} = \sqrt[3]{-4} = -\sqrt[3]{4}$

d) $\left[-\left(\frac{1}{2}-1^{-1}\right)\right]^4 = \left(\frac{1}{2}-1\right)^4 = \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

e) $\frac{\left(1+\frac{1}{5}\right)^4-1}{\left(1+\frac{1}{5}\right)^4.\frac{1}{5}} = \frac{(1+0{,}2)^4-1}{(1+0{,}2)^4.0{,}2} = \frac{(1{,}2)^4-1}{(1{,}2)^4.0{,}2} = \frac{2{,}0736-1}{2{,}0736\ .\ 0{,}2} = \frac{1{,}0736}{0{,}41472} \cong 2{,}589$

2. Do 3° ao 11° (inclusive) temos 9 termos, portanto:

$$a_{11} = a_3\ .\ q^{9-1}$$

$$a_{11} = 6\left(-\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{6}{256} = \frac{3}{128}$$

3. $\log_4 1000 = \frac{\log 1000}{\log 4} \cong \frac{3}{0{,}602059991} \cong 4{,}9829$, mas você também pode efetuar a mudança de base para o logaritmo neperiano, obtendo o mesmo resultado.

4. Se o número procurado é x, temos: $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{2}{5}$

Aplicando logaritmos (decimal ou neperiano) aos dois membros da igualdade, vem:

$$\ln\left(\frac{1}{3}\right)^x = \ln\frac{2}{5}$$
$$x(\ln 1 - \ln 3) = \ln(0{,}4)$$
$$x = \frac{-\ln(0{,}4)}{\ln 3} = \frac{0{,}916290731}{1{,}098612289} \cong 0{,}834044$$

5. x é o número procurado, portanto x (1 – 0,4) = 12 de onde x = 20.

6. p (1 + 0,08) = 23,76, logo o preço p do bolo era de R$ 22,00.

7. $$50(1+x) = 160$$
$$1 + x = \frac{16}{5}$$
$$x = \frac{11}{5} = 2{,}2$$

   assim, devemos adicionar 220% a 50 para obter 160.

8. Cálculo do lucro sobre 330,00:
   330,00 x 0,35 = 115,50
   então o **custo** do casaco é de: 330 – 115,50 = **214,50**
   Quando o casaco é vendido a 410,00, o **lucro** é de:
   410,00 – 214,50 = **195,50**
   Que porcentagem 195,50 representa sobre 214,50?

   Regra de três: $$\begin{cases} 214{,}50 \longrightarrow 100\% \\ 195{,}50 \longrightarrow x\% \end{cases}$$

   $$x\% = \frac{19.550}{214{,}50} \cong 91{,}14\%$$

   Em casacos vendidos a varejo o lucro líquido é de 91,14%.

   E sobre as 10 peças? Não interferem na solução, são apenas uma imposição do comerciante.

9. Para a opção 10% mais 5%:
   820 (1-0,1).(1-0,05) = 701,10
   Para a opção 15%:
   820 (1-0,15) = 697,00

Perfeito, vendido por R$ 697,00 e você vai economizar
820 – 697 = 123,00.
Fez um ótimo negócio, cuide bem de sua nova coleção de tampinhas.

10. Vamos somar todas as frações que representam as despesas:
$$\frac{1}{6}+\frac{2}{11}+\frac{1}{18}+\frac{1}{20}+\frac{3}{40}=\frac{660+720+220+198+297}{3960}=\frac{2095}{3960}\cong 0{,}55 \text{ ou } 55\%$$
Pode poupar então 45% de seu salário.

11. P é o preço normal das bananas:
P (1+ 0,1)(1- 015)(1- 0,06) = P 0,8789
Economizei 1 – 0,8789 = 0,1211, ou seja, 12,11% sobre o preço normal.

MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA2 – JUROS SIMPLES

Agora vamos reforçar o conceito de juros simples. As respostas se encontram abaixo, assim você pode conferir seu conhecimento imediatamente. Se houver dúvidas, seus professores ficarão felizes em ajudar. Você pode utilizar sua calculadora científica ou financeira.

1. Determine os juros simples correspondentes ao empréstimo de R$ 100.000,00 por 15 meses com taxa de 3%a.m.

2. Um capital de R$ 25.000,00 aplicado por 10 meses rende juros simples de R$ 5.000,00. Determinar a taxa anual desta transação.

3. Sabendo-se que juros simples de R$ 12.000,00 foram obtidos na aplicação de R$ 150.000,00 à taxa de 4% ao trimestre, calcular o prazo do investimento.

4. Uma aplicação a juros simples por 3 anos obteve rendimento de R$ 180.000,00 com taxa de 0,8% a.m.. Qual foi o capital investido?

5. Determine o montante da aplicação a juros simples de R$ 10.000,00 por um ano à taxa de 0,9% a.m.

6. Certo capital, aplicado durante 10 semestres, à taxa de 36% a.a. rendeu R$ 72.000,00 de juros simples. Determinar o montante obtido.

7. Obtém-se R$ 40.000,00 emprestados de um "mui amigo", entregando-lhe uma nota promissória de R$ 80.000,00 com vencimento para 12 meses. Determinar as taxas mensal e anual cobradas pelo "amigo".

8. Em que prazo um capital triplica se for aplicado a juros simples de 40% a.a.?

Imagem: criptomoeda Blackcoin

9. Calcular o valor dos juros simples referentes às aplicações de R$ 20.000,00, R$ 10.000,00 e R$ 40.000,00, pelos prazos de 65 dias, 72 dias e 20 dias respectivamente, sabendo-se que a taxa é de 25,2% a.a.

10. O Bancobom credita, ao final de cada ano, juros (simples) sobre saldos positivos diários à razão de 10% a.a.. Com o extrato do movimento de uma microempresa no Bancobom, apresentada abaixo, determine o total de juros recebido no ano 2016. Considere ano de 366 dias pois 2016 foi ano bissexto.

Data	Histórico	D/C	Saldo	Dias	Dias X Saldo
01/01/16	saldo	2.000,00+			
10/01/16	depósito	100.000,00+			
26/01/16	impostos	30.000,00-			
15/02/16	aviso de débito	45.000,00-			
29/02/16	pgto.fornecedor	22.000,00-			
10/03/16	depósito	65.000,00+			
22/04/16	cheque emitido	28.000,00-			
01/05/16	depósito	72.000,00+			
05/05/16	pgto.fornecedor	22.000,00-			
30/06/16	retirada pró-labore	25.000,00-			
02/08/16	aviso de débito	8.000,00-			
20/08/16	cheque emitido	3.000,00-			
15/09/16	depósito	80.000,00+			
05/10/16	depósito	55.000,00+			
01/11/16	pgto.fornecedor	22.000,00-			
21/11/16	depósito	12.000,00+			
07/12/16	retirada pró-labore	25.000,00-			

Respostas:

1. J = R$ 45.000,00
2. i_m = 2% a.m. e i_a = 24% a.a.
3. t = 6 meses
4. C = R$ 625.000,00
5. M = R$ 11.080,00
6. M = 112.000,00
7. i_m = 8,33% a.m. e i_a = 100% a.a.
8. t = 5 anos
9. J = R$ 1.974,00
10. J = R$ 9.601,09

Gabarito - MOMENTO DA VERDADE UA02

Profª. Sílvia Wapke Graf

1. J = 100.000 **.** 0,03 **.** 15 = 45.000,00

2. 5.000 = 25.000 **.** i_m **.** 10
   i_m = 0,02 ou 2% a.m.
   i_a = 0,02 **.** 12 =0,24 ou 24% a.a.

3. 12.000 = 150.000 **.** 0,04 **.** t
   t = 2 trimestres ou 6 meses.

4. Atenção: são 3 anos, portanto 36 meses
   180.000 = C **.** 0,008 **.** 36
   C = 625.000,00

5. M = 10.000 (1 + 0,009 **.** 12)
   M = 11.080,00

6. 10 semestres são 5 anos, portanto:
   72.000 = C **.** 0,36 **.** 5
   C = 40.000,00
   M = 40.000 + 72.000 = 112.000,00

7. 80.000 = 40.000 (1 + i_m **.** 12)
   i_m = 0,0833 ou 8,33% a.m.
   i_a =100% a.a.

8. 3C =C (1 + 0,4 **.** t)
   t = 5 anos

9. $i_d = \frac{0,252}{360} = 0,0007$ ou 0,07% a.d.
   J = 0,0007 (20.000 **.** 65 + 10.000 **.** 72 + 40.000 **.** 20)
   J = 1.974,00

10. Os cálculos foram efetuados pelo Excel. Você pode, inclusive, calcular rapidamente as diferenças entre as datas com o Excel.
São apresentadas as duas planilhas, a primeira com os valores e a segunda com as fórmulas.
Não esqueça de inserir a data de 31 de dezembro para a contagem dos dias pelo software.

Tabela com os valores:

Data	D/C	Saldo	Dias	Dias X Saldo
01/01/2016	2000	2000	9	18000
10/01/2016	100000	102000	16	1632000
26/01/2016	30000	72000	20	1440000
15/02/2016	45000	27000	14	378000
29/02/2016	22000	5000	10	50000
10/03/2016	65000	70000	43	3010000
22/04/2016	28000	42000	9	378000
01/05/2016	72000	114000	4	456000
05/05/2016	22000	92000	56	5152000
30/06/2016	25000	67000	33	2211000
02/08/2016	8000	59000	18	1062000
20/08/2016	3000	56000	26	1456000
15/09/2016	80000	136000	20	2720000
05/10/2016	55000	191000	27	5157000
01/11/2016	22000	169000	20	3380000
21/11/2016	12000	181000	16	2896000
07/12/2016	25000	156000	24	3744000
31/12/2016				35140000
			i diário	0,000273224
			juro	9601,092896

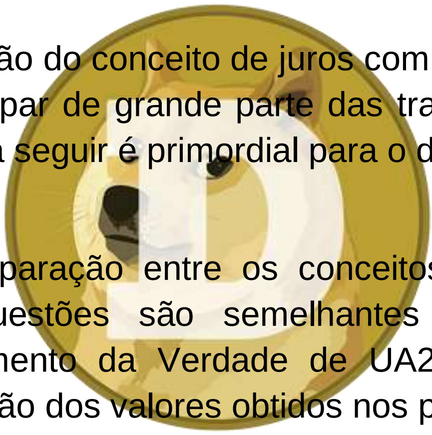
Então, Bancobom pagará ao cliente R$ 9.601,09 à titulo de juros no ano de 2016.

Tabela com as fórmulas:

Data	D/C	Saldo	Dias	Dias X Saldo
01/01/2016	2000	=B2	=A3-A2	=C2*D2
10/01/2016	100000	=C2+B3	=A4-A3	=C3*D3
26/01/2016	30000	=C3-B4	=A5-A4	=C4*D4
15/02/2016	45000	=C4-B5	=A6-A5	=C5*D5
29/02/2016	22000	=C5-B6	=A7-A6	=C6*D6
10/03/2016	65000	=C6+B7	=A8-A7	=C7*D7
22/04/2016	28000	=C7-B8	=A9-A8	=C8*D8
01/05/2016	72000	=C8+B9	=A10-A9	=C9*D9
05/05/2016	22000	=C9-B10	=A11-A10	=C10*D10
30/06/2016	25000	=C10-B11	=A12-A11	=C11*D11
02/08/2016	8000	=C11-B12	=A13-A12	=C12*D12
20/08/2016	3000	=C12-B13	=A14-A13	=C13*D13
15/09/2016	80000	=C13+B14	=A15-A14	=C14*D14
05/10/2016	55000	=C14+B15	=A16-A15	=C15*D15
01/11/2016	22000	=C15-B16	=A17-A16	=C16*D16
21/11/2016	12000	=C16+B17	=A18-A17	=C17*D17
07/12/2016	25000	=C17-B18	=A19-A18	=C18*D18
31/12/2016				=SOMA(E2:E18)
			i diário	=0,1/366
			juro	=E19*E21

MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA3 – JUROS COMPOSTOS



A compreensão e fixação do conceito de juros compostos formará a base para entender e participar de grande parte das transações do mercado. Resolver as questões a seguir é primordial para o domínio do conceito de juros compostos.

Com objetivo de comparação entre os conceitos de juros simples e compostos, várias questões são semelhantes ou equivalentes às apresentadas no Momento da Verdade de UA2 – Juros simples. É importante a comparação dos valores obtidos nos procedimentos.

1. Determine os juros compostos correspondentes ao empréstimo de R$ 100.000,00 por 15 meses com taxa de 3%a.m.

2. Um capital de R$ 25.000,00 aplicado por 10 meses rende juros compostos de R$ 5.000,00. Determinar a taxa mensal desta transação.

3. Sabendo-se que juros compostos de R$ 12.000,00 foram obtidos na aplicação de R$ 150.000,00 à taxa de 4% ao trimestre, calcular o prazo do investimento.

4. Uma aplicação a juros compostos por 3 anos obteve rendimento de R$ 180.000,00 com taxa de 0,8% a.m.. Qual foi o capital investido?

5. Determine o montante da aplicação a juros compostos de R$ 10.000,00 por um ano à taxa de 0,9% a.m.

6. Certo capital, aplicado durante 10 semestres, à taxa de 36% a.a. rendeu R$ 72.000,00 de juros compostos. Determinar o montante obtido.

Imagem: criptomoeda Dogecoin

7. Em que prazo um capital triplica se for aplicado a juros compostos de 40% a.a.?

8. Hélio Antônio aplicou suas economias em um investimento a juros compostos com remuneração de 0,9% a.m.. Depois de 2 anos resgatou 50% dos juros desta aplicação. O saldo foi reaplicado a taxa de juros simples de 1,5% a.m. por mais três anos, quando o montante perfazia R$ 138.000,00. A quanto se referiam as economias de Hélio Antônio?

9. Vendo meu Jeep 66 por R$ 15.000,00, pois preciso imediatamente de 30% deste valor. O restante aceito que seja pago com uma parcela de R$ 13.000,00 daqui a 4 meses. Que taxa mensal de juros compostos estou considerando? E se considerar juros simples, qual é a taxa?

10. Uma empresa de terraplanagem necessita comprar um trator no valor de R$ 195.000,00 e, para tal, conta com três investimentos de R$ 60.000,00, R$ 45.000,00 e R$ 70.000,00 aplicados, respectivamente, há 6, 4 e 3 meses à taxa de juros compostos de 1% a.m. Verifique se o montante destes investimentos é suficiente para a compra do trator.

Respostas:

1. J = R$ 55.796,74
2. i_m = 1,84% a.m.
3. n =1,96 trimestres
4. FV = R$ 541.793,60
5. FV = R$ 11.135,10
6. FV = R$ 91.712,05
7. n = 3 anos e 3 meses
8. PV = R$ 80.012,71
9. Composto: i_m = 5,48% a.m. e simples: i_m = 5,95% a.m.
10. O valor não é suficiente.

Gabarito - MOMENTO DA VERDADE UA03

Profª. Silvia Wapke Graf

1. $J = 100.000 \,.\, [(1 + 0,03)^{15} - 1] = 55.796,74$, perceba que o <u>juro</u> composto é <u>maior</u> que no regime de juros simples.

2. $5.000 = 25.000 \,.[(1+ i_m)^{10} - 1]$

   $(1 + i_m)^{10} = \dfrac{5.000}{25.000} + 1$

   $1 + i_m = \sqrt[10]{1,2}$

   $i_m = 0,018399376$ ou, aproximadamente 1,84% a.m.

   a <u>taxa</u> a juros compostos é <u>menor</u> que a aplicada a juros simples.

3. $12.000 = 150.000 \,.\, [(1+ 0,04)^n - 1]$

   $1,04^n = \dfrac{12.000}{150.000} + 1$

   $n = \ln_{1,04} 1,08 = \dfrac{\ln 1,08}{\ln 1,04} \cong 1,96 \text{ trimestres}$

   o <u>prazo</u> é pouco <u>menor</u> que a juros simples.

   Se você efetuar o cálculo através das funções da calculadora financeira, obterá n = 2 trimestres, exatamente o mesmo prazo que a juros simples. Mas tal fato se deve às aproximações efetuadas pela calculadora. Tente aumentar os juros (para R$ 60.000,00 por exemplo) e você verificará que há sim diferença entre os prazos.

4. Atenção: são 3 anos, portanto 36 meses

   $180.000 = PV\,[(1+ 0,008)^{36} - 1]$

   PV = 541.793,60, isto é, a juros compostos você precisa de <u>menor capital para obter o mesmo rendimento</u>.

5. $FV = 10.000\ (1 + 0{,}009)^{12}$
   FV = 11.135,10, <u>maior</u> que o <u>montante</u> obtido no regime de juros simples.

6. 10 semestres são 5 anos, portanto:
   $72.000 = PV\ [(1 + 0{,}36)^5 - 1]$
   PV = 19.712,05
   FV = 19.712,05 + 72.000 = 91.712,05
   perceba que necessitará um valor inicial (capital) bem menor para obter R$ 72.000,00 de rendimento, consequentemente seu montante será menor.

7. $3\ PV = PV\ (1 + 0{,}4)^n$
   $n = \log_{1,4} 3 = \frac{\ln 3}{\ln 1{,}4} \cong 3{,}26$ anos ou 3 anos e 3 meses
   um <u>tempo</u> consideravelmente <u>menor</u> que o mesmo investimento aplicado em regime de juros simples.

8. Inicialmente calculemos os juros obtidos após dois anos:
   $J = PV\ [(1 + 0{,}009)^{24} - 1]$
   metade destes juros foram reaplicados, assim o montante final será de
   $$M = \left[PV + PV \frac{(1{,}009)^{24} - 1}{2} \right] .(1 + 0{,}015 \times 36)$$
   $138.000 = PV.(1{,}119951898),(1{,}54)$
   $PV = 80.012{,}71$
   Você pode usar FV ao invés de M, que foi utilizado pois a segunda aplicação se refere a juros simples.

9. Se preciso de 30%, a parcela a ser paga em 4 meses é de 15.000 X 0,7 = 10.500.
   Calculando juro composto:
   $13.000 = 10.500\ (1 + i_m)^4$
   $i_m \cong 5{,}48\%$ a.m. (você pode efetuar os cálculos com as funções financeiras da HP).

Calculando juro simples:

13.000 = 10.500 (1 + i_m. 4)

$$i_m = \frac{\frac{13.000}{10.500} - 1}{4} \cong 0{,}0595 \text{ ou } 5{,}95\% \text{ a.m.}$$

10. FV = 60.000$(1+0{,}01)^6$+ 45.000$(1+0{,}01)^4$+ 70.000 $(1+0{,}01)^3$

    FV = 182.639,46

    Portanto, o valor não será suficiente para a compra do trator.

MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA4 – DESCONTOS

Resolver as questões abaixo reforçará seu aprendizado sobre descontos. Como o desconto comercial simples é o mais aplicado no mercado, há maior quantidade de exercícios nesta modalidade. As respostas se encontram abaixo, assim você pode conferir seu conhecimento imediatamente. Se houver dúvidas, seus professores ficarão felizes em ajudar. Você pode utilizar sua calculadora científica ou financeira.

1. Oduvaldo procurou uma instituição financeira para descontar um título com valor nominal de R$ 8.500, que venceria em 132 dias. O desconto comercial simples cobrado foi de R$1.243,13. Determine a taxa diária aplicada na transação.

2. Um empresário aplicou R$ 150.000,00 em letras de câmbio por dez meses, mas precisou resgatar o dinheiro em uma empresa de factoring quatro meses após a aplicação por meio de uma operação de desconto comercial simples a uma taxa de 2,5% a.m. Determine quanto o empresário recebeu e calcule os juros cobrados.

3. Miguel tem oportunidade de descontar um título com valor nominal de R$ 111.000,00 em uma operação de desconto racional simples, à taxa de 3,5% a.m.. Outra instituição propõe a Miguel desconto comercial simples, à taxa de 36,8%a.a. O vencimento do título será em 4 meses. Decida que modalidade Miguel deve preferir.

4. O desconto comercial simples de um título com vencimento para 5 meses à taxa de 4,5% a.m. gerou um desconto de R$ 2.100,00. Se fosse praticado desconto racional simples, de quanto seria o valor recebido?

Imagem: criptomoeda Dash

5. A safra de batatas da última colheita gerou ao fazendeiro Souza Dias um valor de 4,5 milhões de reais, pagos com dois títulos, 2 milhões para 60 dias e o restante para 90 dias. Souza Dias tem pressa em adquirir uma colheitadeira no valor de 3,8 milhões. Até que taxa de desconto bancário pode aceitar de modo que possa, com o desconto comercial simples dos títulos, comprar imediatamente a colheitadeira?

6. Uma empresa desconta uma duplicata no valor de R$ 40.000,00 a vencer daqui a 100 dias. A empresa de factoring pratica taxa de 4% a.m. para desconto comercial simples, e ainda uma taxa de administração fixa de 1% sobre o valor de face da duplicata. Qual será o valor do desconto para a empresa?

7. Determine, para os dados da questão anterior, a taxa efetiva cobrada pela empresa de factoring, inclusa a taxa de administração.

8. Um empresário tem uma “oferta relâmpago” (durará apenas dois dias) para a aquisição de um automóvel que custa R$ 62.000,00. A oferta estabelece desconto de 20% sobre esse valor. Como o empresário possui uma nota promissória, vencível a 2 meses, com valor nominal de R$ 51.500,00, pretende vendê-la à taxa de 3,5% a.m.na modalidade de juro simples bancário. Verifique se o valor obtido com a venda da nota promissória é suficiente para adquirir o veículo em oferta.

9. Adélia vendeu um bem pelo qual recebeu 5 cheques “pré-datados” no valor de R$ 1.000,00 cada. Os cheques vencem em igual período de 30 a 150 dias. Se entregar os cheques a um agiota com taxa de 3% a.m. para desconto simples comercial, calcule o valor líquido a ser recebido por Adélia e o valor do desconto.

10. Foram creditados na conta de Euclides R$ 25.000,00 pelo desconto simples bancário de nove títulos de igual valor com vencimento de 30 em 30 dias. Se a taxa de desconto praticada foi de 3,8% a.m., determine o valor de cada título.

11. Para a compra de uma máquina, um empresário fez um financiamento que será quitado em 6 prestações de R$ 30.000,00, vencíveis a cada 30 dias, a primeira a 30

dias de hoje. Se a taxa de desconto simples bancário praticado pela financeira é de 24% a.a., que valor o empresário disporá para comprar a máquina?.

Respostas:

1. $i_d \cong$ 0,11% a.d.
2. V_A = R$ 127.500,00 e D_C = R$ 22.500,00
3. Deve preferir o desconto simples comercial pois o desconto é menor.
4. V_A = R$ 7.619,04
5. Aceitar até 6,087% a.m.
6. D_C = R$ 5.733,33
7. i_{ef} = 4,75 % a.m.
8. Será melhor não vender a nota promissória pois ainda faltarão R$ 1.705,00 para seu objetivo.
9. V_A = R$ 4.550,00 e D_C = R$ 450,00
10. V_N = R$ 3.429,36
11. R$ 167.400,00

Gabarito - MOMENTO DA VERDADE UA04

Profª. Sílvia Wapke Graf

1. $V_N = 8.500,00$
   $t = 132$ dias
   $D_C = 1243,13$
   (João comeu isto tudo)
   $1243,13 = 8500,00 \cdot i \cdot 132$
   $i \cong 0,0011$ a.d. ou **$i \cong 0,11\%$ a.d.**

2. $t = 10 - 4 = 6$ meses (faltam para o vencimento)
   $V_N = 150.000,00$
   $i = 2,5\%$ a.m.
   $D_C = 150.000\ (0,025)\ 6 = 22.500$
   $V_A = 150.000 - 22.500 = 127.500$
   Logo, recebe **R$ 127.500,00** e paga juros de **R$ 22.500,00**.

3. Cálculo do desconto na modalidade racional simples:
   $$D_R = 111.000 \cdot \frac{0,035 \cdot 4}{1 + 0,035 \cdot 4} = 13.631,58$$
   Cálculo do desconto na modalidade comercial simples:
   Cuidado! A taxa dada é anual.
   $$D_C = 111.000 \cdot \frac{0,368}{12} \cdot 4 = 13.616,00$$
   Portanto, **Miguel deve preferir o desconto comercial** simples pois o **desconto aplicado é menor**.

4. Calculando o valor de face do título:
   $2.100 = V_N \cdot 0,045 \cdot 5$
   $V_N = 9.333,33$
   Calculando o desconto racional simples com o valor de face (nominal) encontrado:

$$D_R = 9.333{,}33 . \frac{0{,}045 . 5}{1 + 0{,}045 . 5} = 1.714{,}28$$

V_A = 9.333,33 – 1.714,28 = 7.619,04

O valor recebido seria de **R$ 7.619,04.**

Perceba que o desconto racional simples é sempre menor que o desconto comercial simples, considerando taxa e tempo iguais.

5. Para obter uma taxa mensal, consideremos 60 dias como 2 meses e 90 dias como 3 meses.

   Primeiro título: D_1 = 2.000.000 . i_m. 2

   Segundo título: D_2 = 2.500.000 . i_m. 3

   A soma (D_1+D_2) deverá perfazer no máximo R$ 700.000,00 (R$ 4.500.000,00 – R$ 3.800.000,00)

   Então, somando os descontos:

   700.000 = 2.000.000 . i_m. 2 + 2.500.000 . i_m. 3

   700.000 = 4.000.000 . i_m + 7.500.000 . i_m

   700.000 = 11.500.000 . i_m

   $i_m \cong$ 0,06087 a.m. ou **$i_m \cong$ 6,087 %**

6. V_N = 40.000,00

   t = 100 dias

   i_m = 0,04 a.m.

   i_{ad} = 0,01

   $$D_C = 40.000 \left(0{,}04 . \frac{10\cancel{0}}{3\cancel{0}} + 0{,}01\right)$$

   $D_C \cong$ 5.733,33

   Desconto de R$ 5.733,33.

7. FV = 40.000,00

   PV = 40.000,00 – 5.733,33 = 34.266,67

   Então:

   40.000,00 = 34.266,67 $(1 + i_m)^{10/3}$

   $$1 + i_m = \sqrt[10]{\frac{40.000{,}00}{34.266{,}67}^{3}}$$

   $i_m \cong$ 0,0475058 a.m. ou $i_m \cong$ 4,75% a.m.

8. Preço do automóvel com desconto é de
62.000 . 0,8 = 49.600 reais

Calculando o valor atual da nota promissória:

V_A = 51.500,00 (1 – 0,035 . 2)
V_A = 47.895,00
Melhor não vender o título pois faltarão ainda
49.600 - 47.895 = 1.705,00 reais

9. Será mais lógico calcular inicialmente o valor do desconto.
Os períodos serão convertidos a meses, mesma unidade da taxa.
D_C=1.000(0,03).1+1.000(0,03).2+1000(0,03).3+1.000(0,03).4+1.000(0,03).5
D_C = 1.000 (0,03) (1+2+3+4+5)
$\mathbf{D_C} = 30.\ \dfrac{(1+5).5}{2} = \mathbf{450\ reais}$
foi usada a soma na PA pois se tivéssemos um grande número de parcelas na soma, seria a forma conveniente de cálculo.
Valor creditado é de 5.000,00 – 450,00 = **4.550,00 reais**

10. V_A = 25.000,00
$V_A = V_N\ (\mathbf{9} - \sum_{j=1}^{9} 0{,}038.t_j\ )$
Veja que maneira elegante de apresentar a somatória. O tempo varia de 1 até 9.
$25.000 = V_N \left(9 - 0{,}038.\dfrac{(1+9).9}{2}\right)$
(novamente consideramos a soma da PA).
V_N = 3.429,36
O valor de cada título é de R$ 3.429,36

11. Inicialmente verifique que a taxa dada é anual, portanto
i_m = 2% a.m.
Novamente temos soma de títulos, mas desta vez vamos calcular o desconto total dos títulos:

D_{CT} = 30.000 . 0,02 . 21 = 12.600,00

O valor 21 foi obtido pela soma da PA de 1 a 6, faça você.

Então, **o empresário disporá de:**

V_A = 6 . 30.000 – 12.600 = **167.400 reais.**

A transação foi praticada com desconto simples comercial, você verá a diferença desta modalidade com “rendas” que veremos adiante.

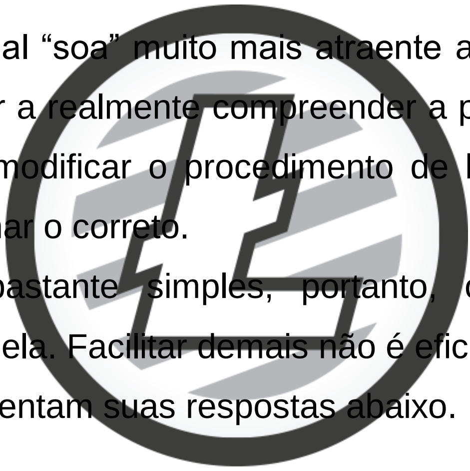
MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA5 – TAXAS DE JUROS

Muitas vezes o juro nominal “soa” muito mais atraente ao tomador de empréstimo. As questões podem ajudar a realmente compreender a polêmica entre juro nominal e efetivo. Não podemos modificar o procedimento de bancos e financeiras, mas podemos e devemos ensinar o correto.

A primeira questão é bastante simples, portanto, oferecemos as respostas embaralhadas em uma tabela. Facilitar demais não é eficaz na aprendizagem.

As demais questões apresentam suas respostas abaixo.



1. Determinar a taxa solicitada, considerando ano e mês comercial:
   a) mensal equivalente a 333,45% a.a.
   b) mensal proporcional a 333,45% a.a.
   c) diária equivalente a 5% a.m.
   d) mensal proporcional a 0,1% a.d.
   e) anual equivalente a 7% a.m.
   f) anual equivalente a 0,5% a.m.
   g) anual proporcional a 0,5% a.m.
   h) bimestral proporcional a 0,15% a.d.
   i) diária equivalente a 6,8% a.bim.
   j) anual proporcional a 67,8% ao. sem.
   k) semestral equivalente a 135,6 % a.a.
   l) diária equivalente a 4% a.m.

Imagem: criptomoeda Litcoin

2. A aplicação de um capital de R$ 13.000,00 gera um montante de R$ 14.132,11 em 7 meses. Determinar a taxa efetiva anual da aplicação.

3. Considerando a taxa efetiva da questão acima, quanto seria o montante se a taxa fosse aparente?

4. Celdimar obtém um empréstimo de R$ 120.000,00. Porém o banco exige 20% do valor dos empréstimos como saldo médio do cliente. Assim, Celdimar endossa uma nota promissória para pagamento em certo período de R$ 180.000,00. Determine a taxa nominal e efetiva no período.

5. Uma financeira fixa em 96% a.a. a taxa nominal de qualquer empréstimo. Com esta informação, complete a tabela abaixo, considerando o período, a taxa nominal a cada período e a taxa efetiva anual.

Periodicidade (capitalização)	Taxa nominal do período	Taxa efetiva anual
diária		
mensal		
semestral		
anual		

Respostas:

1.

0,5349	0,163%	0.131%	0,09
6%	13%	0,03	0,11%
1,252	1,356	27.79%	6,17%

2. i_a = 15,389% a.a.
3. R$ 14.212,91
4. Taxa nominal de 50% e taxa efetiva de 62,5% ao período.
5. Perceba como quanto mais seccionado o período (ano) da taxa, maior será a distorção da taxa nominal em relação à efetiva. O banco dirá que com taxa de 96% ao ano, capitalizada mensalmente, teremos 8% ao mês. Mas 8% ao mês perfazem, na verdade, 151,82% ao ano. (a tabela preenchida é apresentada no gabarito).

GABARITO - MOMENTO DA VERDADE - UA5

Profª. Silvia Wapke Graf

1.

a) mensal equivalente a 333,45% a.a.

$(1+3{,}3345)^{1/12} = 1+i_m$

$i_m \cong 13\%$ a.m.

b) mensal proporcional a 333,45% a.a.

$$i_m = \frac{333{,}45}{12}\% \cong 27{,}79\% \text{ a.m.}$$

c) diária equivalente a 5% a.m.

$(1+0{,}05)^{1/30} = 1+i_d$

$i_d \cong 0{,}163\%$ a.d.

d) mensal proporcional a 0,1% a.d.

$i_m \cong .(30 \,.\, 0{,}1)\,\% = 3\%$ a.m.

e) anual equivalente a 7% a.m.

$(1+0{,}07)^{12} = 1+i_a$

$i_a \cong 125{,}2\%$ a.a.

f) anual equivalente a 0,5% a.m.

$(1+0{,}005)^{12} = 1+i_a$

$i_a \cong 6{,}17\%$ a.a.

g) anual proporcional a 0,5% a.m.

$i_a = (0{,}5 \,.\, 12)\% = 6\%$ a.a.

h) bimestral proporcional a 0,15% a.d.

$i_{bim} = (0{,}15 \,.\, 60)\% = 9\%$ ao.bim.

i) diária equivalente a 6,8% a.bim.

$(1+0{,}068)^{1/60} = 1+i_d$

$i_d \cong 0{,}11\%$ a.d.

j) anual proporcional a 67,8% ao. sem.

$i_a = (67{,}8 \,.\, 2)\% = 135{,}6\%$ a.a.

k) semestral equivalente a 135,6 % a.a.

$(1+1{,}356)^{1/2} = 1+i_{sem}$

$i_{sem} \cong 53{,}49\%$ ao.sem.

l) diária equivalente a 4% a.m.

$(1+0{,}04)^{1/30} = 1+i_d$

$i_d \cong 0{,}131\%$ a.d.

2. Inicialmente, calculemos a taxa mensal:

$14.132{,}11 = 13.000{,}00\,(1+i_m)^7$

$$i_m = \sqrt[7]{\frac{14.132{,}11}{13.000{,}00}} - 1 \cong 0{,}012$$

ou, na **HP12C**:

- 14.132,11 é FV
- 13.000 é PV (CHS para trocar o sinal)
- 7 é n
- solicitar a taxa i

Agora calculamos a taxa anual efetiva:

$1+i_a = (1+0{,}012)^{12}$

$i_a = 15{,}389\%$ a.a.

3. $FV \cong 13.000\left(1+\frac{0{,}15389}{12}\right)^7 = 14.212{,}91$ (foram mantidas todas as casas decimais da taxa na calculadora)

4. Taxa nominal = $\frac{\text{juros pagos}}{\text{empréstimo}} = \frac{180.000 - 120.000}{120.000} = 0{,}5$

ou seja, 50% no período.

Taxa efetiva = $\frac{\text{juros pagos}}{\text{empréstimo real}} = \frac{180.000 - 120.000}{120.000 - 24.000} = 0{,}625$

que perfaz taxa efetiva (verdadeira) de 62,5% no período.

Assim é bastante compreensível que bancos anunciem taxas nominais.

5.

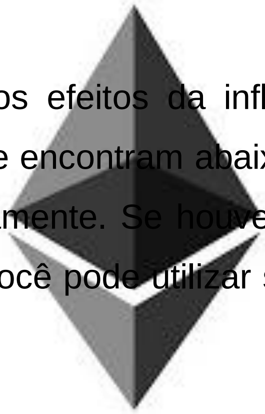
Periodicidade (capitalização)	Taxa nominal do período	Taxa efetiva anual
diária	0,267%	161,15%
mensal	8%	151,82%
semestral	48%	119,04%
anual	96%	96%

Perceba como quanto mais seccionado o período (ano) da taxa, maior será a distorção da taxa nominal em relação à efetiva. O banco dirá que com taxa de 96% ao ano, capitalizada mensalmente, teremos 8% ao mês. Mas 8% ao mês perfazem, na verdade, 151,82% ao ano.

Acertou todas as questões, não é? Estamos progredindo muito bem!

MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA6 – Inflação e Correção Monetária



Exercícios para entender os efeitos da inflação em empreendimentos financeiros. As respostas se encontram abaixo, assim você pode conferir seu conhecimento imediatamente. Se houver dúvidas, seus professores ficarão felizes em ajudar. Você pode utilizar sua calculadora científica ou financeira.

1. A tabela abaixo representa as variações percentuais de inflação do IPCA do primeiro semestre de 2017. Calcule a inflação acumulada no período.

Jan/17	Fev/17	Mar/17	Abr/17	Mai/17	Jun/17
0,42	0,24	0,32	0,08	0,36	-0,30

2. Dona Valdete recebe pensão do ex-marido que foi reajustada em dezembro de 2016 para R$ 16.000,00. Considerando a inflação de janeiro a junho de 2017, Dona Valdete já não tem o mesmo poder de compra com a pensão que recebe. Quanto deveria receber a partir de julho para manter seu padrão de "sobrevivência"? (utilize a taxa de inflação encontrada na questão anterior)

3. Calcule a inflação média do período a que se refere a primeira questão. Verifique se faria diferença para Dona Valdete receber sua pensão corrigida pela taxa média.

Imagem: criptomoeda Etherium

4. A taxa de inflação anual oficial de certo país foi de 130%. Os reajustes salariais dos bancários totalizaram 112% no mesmo ano. Determinar a taxa de perda do poder aquisitivo da categoria profissional neste ano.

5. Uma aplicação de R$ 100.000,00 “rende”, ao final de 6 meses, R$ 120.000,00. Considerando inflação média mensal de 2%, qual é a taxa real mensal desta aplicação?

6. Qual é o poder aquisitivo, daqui a 6 meses, da aplicação de R$ 100.000,00 aplicados nas condições da questão anterior?

7. Estimando que a taxa de inflação mensal para os próximos meses será de 0,12% a.m., a que taxa efetiva deve ser aplicado um capital para auferir uma rentabilidade real de 0,9% a.m.?

Respostas:

1. Inflação de 1,123456% no período
2. R$ 16.179,75 é o valor da pensão que Valdete deveria receber.
3. A taxa média no período foi de 0,1867%. Faz sim diferença para Valdete.
4. A categoria **perde** poder aquisitivo de 7,825%
5. A taxa real é de 1,064051% a.m.
6. RS 106.556,56.
7. Devemos aplicar a 1,02108% ao mês.

Gabarito do MOMENTO DA VERDADE – Matemática Financeira
UA6 – Inflação e correção monetária

Profª. Silvia Wapke Graf

Resoluções:

1. $1+\theta = (1+0{,}0042).(1+0{,}0024).(1+0{,}0032).(1+0{,}0008).(1+0{,}0036).(1-0{,}003)$

$\theta = 0{,}01123456$, isto é, a **inflação do período é de 1,123456%**

2. FV = 16.000,00 (1+0,01123456) = 16.179,75

R$ 16.179,75 é o valor da pensão que Valdete deveria receber.

3. Como estamos efetuando soma das taxas, estas podem ser consideradas percentuais.

$$\bar{\theta} = \frac{0{,}42 + 0{,}24 + 0{,}32 + 0{,}08 + 0{,}36 - 0{,}30}{6} \cong 0{,}1867\%$$

Assim, **a taxa média no período foi de 0,1867%**

Corrigindo a pensão de Valdete pela taxa média:

FV = 16.000,00 . 6. (0,001867) = 179,23

Faz sim diferença para Valdete, pois receberá 52 centavos amenos.

4. Procura-se a taxa real, então:

$$1 + r_a = \frac{1 + 1{,}12}{1 + 1{,}30}$$

$$r_a = -0{,}07826$$

A categoria **perde** poder aquisitivo de 7,825%

5. Calculemos inicialmente a taxa de juros aparente.

$120.000 = 100.000\ (1+i_m)^6$

$$i = \sqrt[6]{\frac{120.000}{100.000}} - 1$$

$$i = 0{,}03085332 \text{ a.m.}$$

O cálculo pode ser efetuado pela HP12C.

3,085332% é a taxa mensal que realmente a aplicação *geraria* se não houvesse inflação.

Calculando a taxa real:

$(1+0{,}03085332) = (1+r_m)).(1+0{,}02)$

$r_m = 0{,}01064051$ a.m.

Portanto a taxa real é de **1,064051% a.m.**

6. Calculando pela taxa real obtida:

   $FV = 100.000\ (1+0{,}01064051)^6$

   FV = 106.556,56

   Ou, desconsiderando a taxa real obtida, podemos calcular com taxas semestrais:

   $120.000 = 100.000\ (1+i_{sem})$

   $i_{sem} = 0{,}2$ ao sem.

   Determinando a inflação total do período:

   $(1+\theta_{sem}) = (1+0{,}02)^6$

   $\theta_{sem} = 0{,}12616242$

   A taxa real é:

   $$1 + r_{sem} = \frac{1+0{,}2}{1+0{,}12616242}$$

   $$r_{sem} = 0{,}06556567$$

   Agora basta multiplicar: 100.000 (1,06556567) = 106.556,56.

   Significa que poderei comprar, em 6 meses, os produtos que hoje compraria com **RS 106.556,56.**

7. Usaremos a fórmula $i = \theta + r + r.\theta$

$i_m = 0{,}0012 + 0{,}009 + (0{,}0012).(0{,}009)$

$i_m = 0{,}0102108$

Devemos aplicar a 1,02108% ao mês.

MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA7 – Série de pagamentos uniformes

Rendas ou série de pagamentos é, indubitavelmente, o assunto central da matemática financeira. Financiamentos, empréstimos e investimentos envolvem rendas. Resolver com carinho os exercícios que montamos para seu firme aprendizado é muito importante. Logo aprenderemos análise de projetos, tema bastante denso que dependerá do total domínio sobre rendas. As respostas se encontram abaixo, assim você pode conferir seu conhecimento imediatamente. Se houver dúvidas, seus professores ficarão felizes em ajudar. Você pode utilizar sua calculadora científica ou financeira.

Como brinde especial, transcrevemos as fórmulas necessárias, assim você não precisa procurá-las na Unidade de Aprendizagem.

$$FV = PMT\,\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$PV = PMT\,\frac{(1+i)^n - 1}{i.\,(1+i)^n}$$

$$PV = PMT\,\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{n-1}.\,i}$$

1. Que valor financiado à taxa de 2% a.m. pode ser amortizado em 10 prestações mensais iguais de R$ 1.000,00 cada uma?

2. Ezequiel aplica R$ 500,00 por mês (final do mês) em um fundo de renda fixa, à taxa de 3% a.m. Quanto Ezequiel terá em 4 anos e qual é o valor atual de seu investimento?

Imagem: criptomoeda Factom

3. Uma bicicleta custa R$ 1.700,00. Com opção de pagá-la em 8 prestações mensais, a primeira no ato da compra, de quanto será cada prestação, considerando juros de 1,5% a.m.?

4. Um monitor da Fatec aplica mensalmente, durante dois anos e meio, R$ 50,00 em um fundo de investimento com taxa de capitalização de 0,8% a.m. Determine o montante final do monitor, lembrando que ele recebe seus vencimentos no final do mês.

5. Uma empresa prevê que em 3 anos deverá construir novo galpão de estocagem com custo previsto de R$ 800.000,00. Pretende então, a partir do final do mês, poupar mensalmente determinado valor em um investimento que oferece 6% a.m. de juros. Calcule o valor de cada aplicação.

6. Encontrei em um antigo folheto do extinto Banco Banespa as condições de empréstimos a correntistas. Consta no folheto:

Valor Financiado	**Prestações**
R$ 300,00	A x R$ 44,93
R$ 500,00	8 x R$ B
R$ C	8 x R$ 104,83
R$ 1.000,00	8 x R$ D

Calculei a taxa de juros em 4,2% a.m. e sei que eram prestações mensais. Complete a tabela, calculando A, B, C e D.

7. O Sr. Silva, no final do mês, poderá fazer investimentos de R$ 15.000,00, aplicados mensalmente à taxa de 11,35% a.a., durante 5 meses. Calcule o montante que obterá e qual o valor de compra deste montante se a inflação no período for de 0,48%.

8. Genivaldo comprou um automóvel em 36 prestações mensais iguais de R$ 1.200,00, além da entrada de 10% do valor do carro. Se a financiadora cobra 1,5% a.m. de juros qual o valor (atual) do automóvel?

9. Joãozinho nasceu. O pai, orgulhoso, pretende depositar a cada aniversário de Joãozinho o valor correspondente a 50 Euros em uma caderneta de poupança (juros de 0,5%a.m.). O último depósito foi efetuado no 18º aniversário do garoto. O dinheiro ficou depositado até o dia que Joãozinho completou 21 anos, ocasião em que o montante foi sacado para fazer uma almejada viagem. Quanto recebeu Joãozinho em valores convertidos ao Euro?

10. No jornal de hoje vejo um anúncio de uma TV 32” por R$ 1.349,00 ou 10 prestações de R$ 134,90. Evidentemente não podemos acreditar em ofertas “sem juros” e, considerando taxa de mercado de 2,8% a.m., vou pedir desconto para pagamento à vista. Que porcentagem de desconto devo solicitar?

Respostas:

1. R$ 8.982,58
2. R$ 52.204,20 com valor atual de R$ 12.633,35.
3. R$ 223,74
4. R$ 1.687,72
5. R$ 6.715,87
6. A = 8 meses

   B = R$ 74,88

   C = R$ 700,00

   D = R$ 149,76
7. R$ 75.995,51
8. R$ 36.880,91
9. 1.878,87 €
10. 13,82%

Fatec CPS Centro Paula Souza — GOVERNO DO ESTADO SÃO PAULO

Gabarito - MOMENTO DA VERDADE UA07

Profª. Silvia Wapke Graf

Quem quiser, pode efetuar os cálculos com as funções financeiras da calculadora.

1. Vamos listar os dados:
   PMT = 1.000,00
   n = 10 meses
   i = 2% a.m.
   Verificamos que a taxa e o tempo estão na mesma unidade, meses.
   Se quero saber que valor foi financiado, quero o valor presente (PV).

   $$PV = 1.000\,\frac{(1+0{,}02)^{10}-1}{(1+0{,}02)^{10}.0{,}02}$$

   $$PV = 8.982{,}58$$

   Assim, **R$ 8.982,58** é o valor financiado.

2. PMT = 500,00
   n = 4 anos = 48 meses
   i = 3%a.m.
   Taxa e tempo estão em meses.
   Quanto terá em 4 anos é FV e o valor atual é PV.
   Então:

   $$FV = 500\,\frac{(1+0{,}03)^{48}-1}{0{,}03}$$

   $$FV = 52.204{,}20$$

   Para encontrar o valor atual PV, basta dividir por $(1 + 0{,}03)^{48}$

$$PV = \frac{52.204,20}{(1+0,03)^{48}}$$

$$PV = 12.633,35$$

Ezequiel terá **R$ 52.204,20** em 4 anos e o valor atual é de **R$ 12.633,35**.

3. PV = 1700,00
   i = 1,5% a.m.
   n = 8 mas a primeira é à vista.
   Então:

$$1.700 = PMT\ \frac{(1+0,015)^{8}-1}{(1+0,015)^{7}.0,015}$$

$$PMT = 223,74$$

Se usar as funções financeiras da calculadora não se esqueça de formatar para *begin*.

O valor de cada prestação da bicicleta é de **R$ 223,74**.

4. PMT = 50,00
   i = 0,8% a.m.
   n = 2,5 anos = 30 meses

$$FV = 50\,\frac{(1+0,008)^{30}-1}{0,008}$$

$$FV = 1.687,72$$

Em 30 meses o monitor terá **R$ 1.687,72**

5. FV = 800.000,00
   i = 6% a.m.
   n = 3 anos ou 36 meses

$$800.000 = PMT\ \frac{(1+0,06)^{36}-1}{0,06}$$

$$PMT = 6.715,87$$

A prestação será de **R$ 6.715,87.** Parece pouco dinheiro para acumular R$ 800.000,00, mas viu a “super taxa” que a empresa conseguiu?

6. Os valores financiados são PV.

Calculando A:

$$300 = 44{,}93\,\frac{(1+0{,}042)^n - 1}{(1+0{,}042)^n.0{,}042}$$

$$\frac{300.(0{,}042)}{44{,}93} = \frac{(1+0{,}042)^n - 1}{(1+0{,}042)^n}$$

$$0{,}280436234 = 1 - \frac{1}{(1+0{,}042)^n}$$

$$\frac{1}{(1{,}042)^n} = 0{,}719563766$$

invertendo :

$$(1{,}042)^n = 1{,}3897309$$

$$n = \frac{\ln 1{,}3897309}{\ln 1{,}042} = 7{,}99938$$

Ou seja, praticamente **8 meses é o valor de A.**

Calculando B:

$$500 = PMT\,\frac{(1+0{,}042)^8 - 1}{(1+0{,}042)^8.0{,}042}$$

$$PMT = 74{,}88$$

B é a prestação de R$ 74,88.

Calculando C:

$$PV = 104{,}83\,\frac{(1+0{,}042)^8 - 1}{(1+0{,}042)^8.0{,}042}$$

$$PV = 700{,}00$$

C é o empréstimo de R$ 700,00.

Calculando D:

D é a prestação de R$ 149,76

7. PMT = 15.000
i = 11,35% a.a.
n = 5 meses
Atenção, a taxa é anual e o tempo está em meses. Devemos encontrar a taxa mensal equivalente.

$i_m + 1 = (1 + 0{,}1135)^{1/12}$
$i_m = 0{,}008999$

$$FV = 15.000\,\frac{(1+0{,}008999)^5 - 1}{0{,}008999}$$

$$FV = 76.362{,}05$$

Mas este montante foi corroído pela inflação de 0,48%, portanto seu valor de compra é de:
76.362,05 – 0,0048 (76.362,05) = 75.995,51
O Sr. Silva poderá comprar um bem no valor de R$ 75.995,51 (hoje).

8. PMT = 1.200
n = 36 meses
i = 1,5% a.m.

$$PV_1 = 1200\,\frac{(1+0{,}015)^{36} - 1}{(1+0{,}015)^{36}.0{,}015}$$

$$PV_1 = 33.192{,}82$$

Mas Genivaldo pagou 10% de entrada, portanto, por regra de três:
33.192,82 —— 90%
PV —— 100%
PV = 36.880,91
O valor atual do automóvel é de R$ 36.880,91.

9. PMT = 50 euros

i = 0,5% a.m.

Calculando a taxa anual equivalente:

$1 + i_a = (1 + 0,005)^{12}$

$i_a = 0,0616778$ ou 6,16778 a.a.

n = 18 anos

$$FV_{18} = 50\frac{(1+0,0616778)^{18}-1}{0,0616778}$$

$$FV_{18} = 1.570,07$$

Mas este é o montante que Joãozinho terá aos 18 anos, porém o valor permanecerá aplicado por mais 3 anos, então:

$FV_{21} = 1.570,07\ (1 + 0,005)^{36} = 1.878,87$

Joãozinho terá, aos 21 anos, 1.878,87 €.

Atenção: quando calculamos o valor futuro referente a aplicações, a **taxa foi anual**, pois haverá **uma aplicação por ano**. A partir da data em que o dinheiro ficou apenas aplicado, sem maiores investimentos, a taxa pode ser mensal.

E porque as aplicações são em euro? Porque é uma “moeda forte” não sendo influenciada pela inflação.

10. PMT =134,90

n = 10

i = 2,8% a.m.

A esta taxa de mercado, vejamos qual seria o preço “honesto” à vista:

$$PV = 134,90\frac{(1+0,028)^{10}-1}{(1+0,028)^{10}.0,028}$$

$$PV = 1.162,56$$

1349 (1 – i) = 1162,58

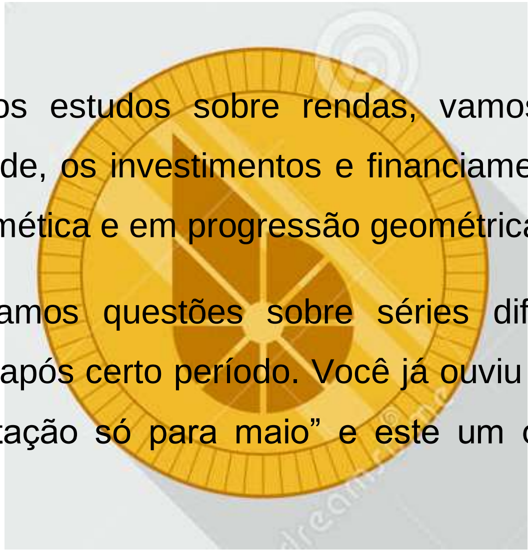
i = 13,82%

A porcentagem de desconto que devemos solicitar é de **13,82%.**

MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA8 – Série de pagamentos em progressão e diferidas

Profª. Silvia Wapke Graf



Continuando nossos estudos sobre rendas, vamos considerar neste Momento da Verdade, os investimentos e financiamentos de prestações em progressão aritmética e em progressão geométrica.

Também apresentamos questões sobre séries diferidas, quando as prestações iniciam após certo período. Você já ouviu as propagandas do tipo “primeira prestação só para maio” e este um dos casos de série diferida.

Como brinde especial, transcrevemos as fórmulas necessárias, assim você não precisa procurá-las na Unidade de Aprendizagem.

<u>Para a PA crescente:</u>

$$FV = \frac{G}{i}\left((1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right)$$

e

$$PV = \frac{G}{i.(1+i)^n}\left((1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right)$$

Imagem: criptomoeda Bitshares

Para a PA decrescente:

$$PV = \frac{G}{i}\left(n - \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n.i}\right)$$

e

$$FV = \frac{G}{i}\left(n(1+i)^n - \frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)$$

Para a PG:

$$PV = G\frac{\left(\frac{q}{1+i}\right)^n - 1}{q-(1+i)}$$

e

$$FV = G\frac{\left(\frac{q}{1+i}\right)^n - 1}{q-(1+i)}.(1+i)^n$$

Para séries diferidas:

$$PV = PMT\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{n+m}.i}$$

1. Elielmo tem muitos amigos. Elielmo decide que no final do mês iniciará uma poupança depositando R$ 500,00 por mês em um fundo que oferece taxa de juros compostos de 1,5% a.m. Como a taxa é muito boa um amigo solicita se pode investir o mesmo valor mensal no investimento de Elielmo. Entrega então R$ 500,00 a Elielmo no mês seguinte à primeira aplicação do amigo. Assim, no segundo mês, Elielmo aplica R$ 1000,00. Outro amigo, no próximo mês também passa a aplicar R$ 500,00 no investimento. Ocorre assim sucessivamente com os 35 amigos do honesto Elielmo. Ao final da aplicação, o grupo de amigos usará o total do valor do investimento para uma festa. Qual valor os amigos terão para a festa?

   Obs.: Temos aplicações em PA crescente, onde a razão e o primeiro termo são 500 (G). E são, com Elielmo, 36 pessoas

2. A Empresa Honestex oferece uma viagem à Marte nas seguintes condições: você não paga entrada, no primeiro trimestre paga R$ 20.000,00, no segundo trimestre paga R$ 18.000,00, no terceiro R$ 16.000,00 e sucessivamente até o pagamento final de R$ 2.000,00. Honestamente, a Honestex informa que cobra taxa de 10% ao trimestre pelo parcelamento. Honestex informa ainda que a viagem só ocorre quando totalmente quitada e que a passagem de volta deve ser adquirida em Marte. Seguramente você gostaria de pagar sua viagem à vista. Quanto deveria pagar?

   Obs.: Os pagamentos são em PA decrescente com razão 2000 (G). Verifique na UA1 como calcular o número de termos.

3. No início de fevereiro de 2017, Valêncio tomou R$ 35.000,00 emprestado de seu amigo e combinaram que o valor seria devolvido a juros de caderneta de poupança, isto é, 0,5% a.m.. Estamos no início de setembro de 2017 e Valêncio propõe saldar sua dívida, a partir de outubro, em 30 prestações mensais e iguais, à mesma taxa. Determine de quanto será cada prestação que Valêncio deverá pagar.

   Obs.: Conte com cuidado os meses de carência.

4. Um empréstimo de R$ 150.000,00 deve ser liquidado em 12 prestações mensais iguais, porém a primeira prestação vencerá ao final do 4º mês. A taxa contratada neste empréstimo é de 2,5% a.m.. Qual é o valor das prestações?

5. Um microempresário aluga um galpão para seu negócio. O valor do aluguel mensal estipulado é de R$ 3.000,00. Como está iniciando sua atividade comercial, o locador (o dono do imóvel) concorda em proporcionar carência de 6 meses ao locatário (quem aluga). Assim, o microempresário ficará 5 meses sem pagar aluguel e ao final do 6º mês pagará os aluguéis postergados diluídos em 10 meses, porém com juros de 1% a.m.. De quanto será a parcela paga ao locatário nestes 10 meses? Não esqueça que paga o aluguel normal do mês mais a parcela dos aluguéis postergados.

6. Quero comprar um carro novo com valor de R$ 75.000,00. Proponho pagar 40% do valor à vista e o restante em 5 prestações mensais iguais, mas a primeira prestação apenas após 4 meses. Se a concessionária trabalha com taxa de juros de 0,9% a.a., de quanto será cada prestação?

7. Genésio prevê que possa investir, a partir do final do mês, valores mensais de R$ 100,00, R$ 200,00, R$ 400,00, R$ 800,00 e R$ 1.600,00. Determine o valor de compra (PV) deste investimento que sofrerá taxa de 2% a.m..

   Obs.: Verifique que os investimentos formam uma PG crescente.

Respostas:

1. R$ 399.503,62
2. R$ 77.108,66
3. R$ 1.304,00
4. R$ 15.747,44
5. R$ 4.615,72
6. R$ 9.496,30
7. R$ 2.855,45

GABARITO - MOMENTO DA VERDADE – UA8

Profª. Silvia Wapke Graf

Vamos manter todas as fórmulas que podem ser necessárias para o entendimento deste gabarito.

PA crescente:

$$FV = \frac{G}{i}\left((1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right)$$

$$PV = \frac{G}{i.(1+i)^n}\left((1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right)$$

PA decrescente:

$$PV = \frac{G}{i}\left(n - \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n.i} \right)$$

$$FV = \frac{G}{i}\left(n(1+i)^n - \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$$

PG:

$$PV = G\frac{\left(\frac{q}{1+i}\right)^n - 1}{q-(1+i)}$$

$$FV = G\frac{\left(\frac{q}{1+i}\right)^n - 1}{q-(1+i)}.(1+i)^n$$

Séries diferidas:

$$PV = PMT\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{n+m}.i}$$

1. Queremos saber o valor futuro de aplicações em PA crescente, portanto usaremos a fórmula

$$FV = \frac{G}{i}\left((1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right)$$

Identificando os dados:

G é o primeiro termo da PA e também a razão. A cada período são investidos mais R$ 500,00 de um amigo. Então G = 500.

n = 36 pois são 35 amigos mais o próprio Elielmo.

Então:

$$FV = \frac{500}{0{,}015}\left((1+0{,}015)\frac{(1+0{,}015)^{36} - 1}{0{,}015} - 36\right) = 399.503{,}62$$

Os cálculos foram feitos assim:

- Elevei 1,015 a 36;
- Subtrai 1;
- Dividi por 0,015;
- Multipliquei por 1,015;
- Subtrai 36;
- Multipliquei por 500;
- Dividi por 0,015.

Significa que o grupo terá **R$ 399.503,62**. Que bela festa vai ser!

2. Agora nos deparamos claramente com uma PA decrescente e queremos calcular o valor presente.

O primeiro termo da PA é 20.000, o último termo é 2.000 e a razão -2.000.

Vamos calcular o número de termos:

$a_n = a_1 + (n-1).r$ (está na UA1)

2.000 = 20.000 + (n-1).(- 2.000), que resulta n = 10.

A fórmula a usar é:

$PV = \frac{G}{i}\left(n - \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n.i}\right)$, onde G é 2.000 (diferença entre duas prestações)

$$PV = \frac{2000}{0,1}\left(10 - \frac{(1+0,1)^{10} - 1}{(1+0,1)^{10}.0,1}\right) = 77.108,66$$

Os cálculos foram feitos assim:

- Elevei 1,1 a 10;
- Subtrai 1 e coloquei o valor na memória (enter na HP);
- Elevei 1,1 a 10 e inverti (1/x);
- Multipliquei pela memória;
- Dividi por 0,1;
- Subtrai 10 e troquei o sinal;
- Multipliquei por 2.000;
- Dividi por 0,1.

Que maravilha, poderemos conhecer os marcianos por **R$ 77.108,66.**

3. Trata-se de calcular as prestações com carência de 7 meses. O valor presente é de 35.000 e a dívida será paga em 30 meses.

A fórmula para séries diferidas é:

$$PV = PMT\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{n+m}.i}$$

$$35.000 = PMT\frac{(1+0{,}005)^{30}-1}{(1+1{,}005)^{7+30}.0{,}005}$$

PMT = 1.304,00

Os cálculos foram feitos assim:

- Elevei 1,005 a 37;
- Multipliquei por 0,005
- Inverti (1/x) e coloquei o valor na memória (enter na HP);
- Elevei 1,005 a 30;
- Subtrai 1 e multipliquei pelo valor que está na memória;
- Agora inverti (1/x) e multipliquei por 35.000, que faz o mesmo efeito que dividir 35.000 pelo valor encontrado.

Poderíamos também proceder assim:

atualizamos a dívida de 35.000 para início de setembro com a taxa de poupança:

FV = 35.000 (1+0,005)^7 = 36.243,53

Este é o valor (PV após 7 meses) que será quitado em 30 prestações (bem fácil com a HP):

$PMT = PV\frac{(1+i)^n . i}{(1+i)^n - 1}$ é a fórmula que está na UA7.

$PMT = 36.243{,}53\frac{(1+0{,}005)^{30} . 0{,}005}{(1+0{,}005)^{30} - 1}$ = 1.304,00

Valêncio deverá pagar 30 prestações de **R$ 1.304,00**

4. Cuidado; a carência é de 3 meses pois queremos usar série postecipada (end na HP).

Novamente usaremos:

$$PV = PMT\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{n+m}.i}$$

$$150.000 = PMT\frac{(1+0{,}025)^{12} - 1}{(1+0{,}025)^{12+3}.0{,}025}$$

PMT = 15.747,44 é o valor de cada prestação.

Os cálculos foram feitos assim:

- Elevei 1,025 a 15;
- Multipliquei por 0,025;
- Inverti e coloquei o valor na memória (enter na HP);
- Elevei 1,025 a 12;
- Subtrai 1;
- Multipliquei pela memória;
- Inverti o valor obtido;
- Multipliquei por 150.000.

Ou você pode proceder como na questão anterior, atualizando 150.000 para daqui a 3 meses.

5. Vamos calcular o valor dos aluguéis não pagos por 5 meses:

$$FV = PMT\frac{(1+i)^n - 1}{i} = 3.000\frac{(1+0{,}01)^5 - 1}{0{,}01} = 15.303{,}02$$

(ou faça pela HP com end).

Agora vamos distribuir este valor devido por não pagar os primeiros 5 aluguéis para 10 meses. FV para 5 meses passa a ser PV para os 10 meses subsequentes.

$$PMT = PV \frac{(1+i)^n . i}{(1+i)^n - 1} = 15.303,02 \frac{(1+0,01)^{10} .0,01}{(1+0,01)^{10} - 1} = 1.615,72 \text{ ,}$$

novamente é possível usar a HP com end.

Assim, o microempresário pagará, nos 10 meses após a carência, 3.000 referentes ao aluguel mais 1.615,72, ou seja **R$ 4.615,72.**

6. Cálculo do valor a ser pago à vista: 75.000 X 40% = 30.000.

Então faltam 45.000 para pagar em prestações diferidas de 3 meses (pois deve iniciar os pagamentos no início do quarto mês).

$$PV = PMT \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{n+m} .i}$$

$$45.000 = PMT \frac{(1+0,009)^5 - 1}{(1+0,009)^{5+3} .0,009}$$

PMT = 9.496,30

Cada uma das 5 prestações será de R$ 9.496,30

Ou, podemos atualizar o valor devido para 3 meses:

FV = 45.000 $(1,009)^3$ = 46.225,97

Agora calculamos as 5 prestações:

$$PMT = 46.225,97 \frac{(1+0,009)^5 .0,009}{(1+0,009)^5 - 1} = 9.496,30$$

7. Os investimentos formam uma PG crescente de 5 termos e queremos saber PV.

Vamos precisar da fórmula $PV = G\dfrac{\left(\dfrac{q}{1+i}\right)^n - 1}{q-(1+i)}$

Onde G = 100 que é o primeiro termo da PG e a razão q é 2.

$$PV = 100\dfrac{\left(\dfrac{2}{1+0{,}02}\right)^5 - 1}{2-(1+0{,}02)} = 2.855{,}45$$

Ou, se quisermos ter mais trabalho, podemos atualizar cada valor para “hoje”:

$$PV = \frac{100}{(1+0{,}02)} + \frac{200}{(1+0{,}02)^2} + \frac{400}{(1+0{,}02)^3} + \frac{800}{(1+0{,}02)^4} + \frac{1.600}{(1+0{,}02)^5}$$

PV = 98,04+192,23+376,93+739,08+1.449,17 = 2.855,45

Assim, os investimentos de Genésio poderiam adquirir hoje um bem no valor de **R$ 2.855,45**.

MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA9 – Análise de Projetos

Profª. Sílvia Wapke Graf

As questões aqui apresentadas são realmente nosso “**momento da verdade**”. Aqui poderemos comprovar nosso conhecimento sobre rendas que, indubitavelmente, constitui o assunto mais importante da Matemática Financeira. Saber decidir sobre o melhor investimento ou projeto de compra é primordial para um gestor de empresas. Então, cérebro ativado e mãos (ou HP) à obra.

1. Tertuliano contraiu um empréstimo e comprometeu-se a pagar, ao final de 6 anos o **montante** de R$ 200.000,00 onde se estipula taxa de juros de 8% a.a.. Após certo tempo, Tertuliano propôs ao credor liquidar o empréstimo em duas parcelas iguais, respectivamente 2 e 3 anos antes do prazo combinado. Qual é o valor de cada uma das parcelas?

2. Quero trocar minhas duas bicicletas por novas daqui a 20 e 35 meses. Cada bicicleta custará sempre 600 dólares (moeda estável para manutenção do preço). As bicicletas usadas (ou o que sobrar delas à época) doarei aos meus dois cunhados, portanto, não recuperarei nenhum valor por elas. Ajude-me a calcular:

   a) O valor em dólar que devo depositar mensalmente na caderneta de poupança com taxa de 0,5% a.m., durante os 35 meses, para poder efetuar a substituição das bicicletas.

   b) O saldo, em dólar, que terei na poupança após a primeira compra.

3. Orquério emprestou certo valor de um amigo e propôs pagá-lo em 16 prestações mensais, as 6 primeiras prestações de R$ 3.000,00 e as 10 últimas de R$ 4.500,00. Se a transação considera taxa de 3,5% a.m., de quanto foi o empréstimo?

4. Tenho três netos: Luan, Luara e Luana com 16, 13 e 10 anos respectivamente. Quando fizerem 18 anos, pretendo presenteá-los com automóveis populares com valor de R$ 60.000,00. Que valor devo depositar mensalmente em um investimento com remuneração de 0,8% a.m. para poder cumprir meu objetivo? (desconsidere aumento dos automóveis devido à inflação)

5. Brizabela tem uma patente e duas opções para vendê-la:

a) receber R$ 20.000,00 imediatamente mais 20 prestações mensais de R$ 2.000,00 cada uma. Considere taxa mensal de 3% a.m.;

b) receber 2% sobre o valor da venda do produto da patente, prevista em R$ 90.000,00 mensais, durante 36 meses. Este valor será corrigido mensalmente à taxa de 1,102% a.m.

Qual é a opção mais interessante para Brizabela?

6. Uma empresa pretende alugar um imóvel por 2 anos e tem duas propostas:

a) pagamento de 2 parcelas de R$ 10.000,00 no início de cada ano, com taxa de juros de mercado 3% a.m.;

b) pagamento de aluguel mensal de R$ 900,00 pago ao final de cada mês e corrigido mensalmente a 0,77% a.m.

Que plano a empresa deve preferir?

7. Euliclêncio pretende adquirir um terreno, para o qual há três propostas:

a) R$ 160.000,00 à vista;

b) 30% de entrada e 15 prestações **bimestrais** de R$ 9.730,00;

c) duas parcelas de R$ 87.000,00 daqui a 4 e 8 meses respectivamente;

d) 20 prestações mensais, a primeira à vista, de R$ 9.300,00.

Considerando taxa de juros de 1,7% a.m. qual a opção mais conveniente para Euclidênio?

Respostas:

1. R$ 82.436,42
2. a) US$ 32,68

   b) US$ 85,60
3. R$ 46.430,69
4. R$ 1.715,93
5. Opção b.
6. Opção a.
7. Opção c.

Fatec CPS Centro Paula Souza — GOVERNO DO ESTADO SÃO PAULO

Gabarito do MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA9 – Análise de Projetos

Profª. Sílvia Wapke Graf

1. Inicialmente calculemos o valor presente de 200.000 reais:

$$PV = \frac{200.000}{(1+0{,}08)^6} = 126.033{,}92$$

Agora vamos distribuir este valor presente para as duas parcelas, transportando-as para “hoje”. Chamaremos cada parcela de P:

$$126.033{,}92 = \frac{P}{(1+0{,}08)^4} + \frac{P}{(1+0{,}08)^3}$$

$$126.033{,}92 = P.\left(\frac{1}{(1{,}08)^4} + \frac{1}{(1{,}08)^3}\right)$$

$$P = \frac{126.033{,}92}{1{,}52886209} = 82.436{,}42$$

O valor de cada uma das parcelas é de **R$ 82.436,42**

2. a) $PV = \frac{600}{(1+0{,}005)^{20}} + \frac{600}{(1+0{,}005)^{35}} = 1.046{,}93$ dólares

Calculando a prestação (pode fazê-lo com as funções da HP)

$$PMT = 1.046{,}93\frac{(1+0{,}005)^{35}.0{,}005}{(1+0{,}005)^{35}-1} = 32{,}68$$

Devo depositar mensalmente **32,68 dólares**.

b) No vigésimo mês terei:

$$FV = 32{,}68\frac{(1+0{,}005)^{20}-1}{0{,}005} = 685{,}60$$

Comprarei a bicicleta e terei **saldo de 85,60** dólares na poupança.

3. Para as seis primeiras prestações:

$$PV_1 = 3.000\frac{(1+0{,}035)^6 - 1}{(1+0{,}035)^6 .0{,}035} = 15.985{,}66$$

Para as dez últimas prestações:

$PV_2 = 4.500\dfrac{(1+0{,}035)^{10} - 1}{(1+0{,}035)^{10} .0{,}035} = 37.424{,}72$, mas este valor se refere ao mês 6 e deve ser transferido para "hoje":

$$PV_3 = \frac{37.424{,}72}{(1+0{,}035)^6} = 30.445{,}03$$

Somando PV_1 com PV_3 encontraremos o valor do empréstimo:

PV_1 + PV_3 = 15.985,66 + 30.445,03 = **46.430,69**

4. Faltam 2 anos (24 meses), 5 anos (60 meses) e 8 anos (96 meses) para que Luan, Luara e Luana atinjam idade de 18 anos.

$$PV = \frac{60.000}{(1+0{,}008)^{24}} + \frac{60.000}{(1+0{,}008)^{60}} + \frac{60.000}{(1+0{,}008)^{96}} = 114.675{,}83$$

Agora calculamos PMT para o período todo de aplicação:

$$PMT = 114.675{,}83\frac{(1+0{,}008)^{96} .0{,}008}{(1+0{,}008)^{96} - 1} = 1.715{,}93$$

Devo depositar mensalmente **R$ 1.715,93.**

5. a)

$$PV = 20.000 + 2.000\frac{(1+0{,}03)^{20} - 1}{(1+0{,}03)^{20} .0{,}03} = 20.000 + 29.754{,}95 = 49.754{,}95$$

b) $PV = 90.000\dfrac{(1+0{,}01102)^{36} - 1}{(1+0{,}01102)^{36} .0{,}01102} = 2.662.568{,}63$

Mas ganha 2% deste valor, portanto, 0,02X 2.662.568,63 = 53.251,37.
A opção **mais interessante** é **b**.

6. a) $PV = 10.000 + \frac{10.000}{(1+0{,}03)^{12}} = 10.000 + 7.013{,}80 = 17.013{,}80$

b) $PV = 900\frac{(1+0{,}0077)^{24} - 1}{(1+0{,}0077)^{24}.0{,}0077} = 19.652{,}83$

Perceba que usamos o mesmo período de 2 anos para a comparação dos valores presentes.

A **opção a** deve ser preferida.

7. R$ 160.000,00 à vista;

b) 30% de 160.000 são 48.000, restam 112.000 que serão pagos nas prestações.

Calculando a taxa equivalente bimestral:

$1 + i_{bim} = (1+0{,}017)^2$, obtendo $i_{bim} = 0{,}034289$

$$PV = 9.730{,}00\frac{(1+0{,}034289)^{15} - 1}{(1+0{,}034289)^{15}.0{,}034289} = 112.633{,}18$$

A opção b deve ser descartada pois as prestações perfazem valor maior que 112.000 reais.

c) $PV = \frac{87.000}{(1+0{,}017)^4} + \frac{87.000}{(1+0{,}017)^8} = 157.351{,}29$

Por enquanto é a melhor opção, pois é menor que o valor à vista.

d) Atenção: temos uma série de pagamentos antecipada.

$$PV = 9.300{,}00\frac{(1+0{,}017)^{20} - 1}{(1+0{,}017)^{19}.0{,}017} = 159.225{,}87$$

Obtivemos PV maior que na opção c.

A **melhor opção é c**, com dois pagamentos de 87.000 reais em períodos diferentes.

MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA10 – Taxa média e Prazo médio

Profª. Silvia Wapke Graf

Algumas questões para reforçar os conhecimentos sobre taxas e prazos médios. São bem tranquilas, um descanso temporário para os neurônios.

1. No levantamento das notas da AA1 de meus alunos de matemática financeira obtive as notas especificadas na tabela:

Notas	10	9	7	0
Quantidade de alunos	8	8	2	2

Determine a média ponderada das notas de minha turma.

2. Uma distribuidora de revistas entrega periódicos a várias livrarias e aceita pagamentos a posteriori, com emissão de notas promissórias. Tem no momento notas promissórias de R$ 14.000,00 com prazo para 2 meses, R$ 12.700,00 com prazo para 1,5 mês, R$ 8.000,00 com prazo para 3 meses e R$ 3.500,00 com prazo para 5 meses. Para desconto de títulos, o banco trabalha com taxa de 2% a.m. para valores maiores que 10.000 reais, taxa de 4% a.m. para valores entre 5.000 e 10.000 reais e 5% para

valores menores que 5.000 reais. Determine a taxa média cobrada na venda das notas promissórias da distribuidora.

3. Determine o prazo médio para os títulos da distribuidora da questão anterior.

4. Saturnino contraiu várias dívidas com seus parentes. Para cada dívida foram estabelecidos prazos e taxas para quitação. Saturnino organizou uma tabela para seus compromissos monetários em que listou os prazos em meses e as taxas mensais, como abaixo:

Parente	**Valor**	**Prazo**	**Taxa**
Sogra	20.000	6 meses	3% a.m.
Cunhada	32.000	9 meses	5% a.m.
Primo	15.000	4 meses	0,8% a.m.
Sobrinho	8.000	2 meses	2,5% a.m.

Ajude Saturnino a determinar:

a) a taxa média a que se submetem as dívidas;

b) o prazo médio para quitação;

c) o juro total que será pago.

Respostas:

1. 8,3
2. 3,135%
3. 2 meses e 9 dias
4. a) 3,9%
   b) 6 meses e 14 dias
   c) R$ 18.866,25

Gabarito do MOMENTO DA VERDADE – Matemática Financeira
UA10 – Taxa média e Prazo médio

Profª. Sílvia Wapke Graf

1.

Notas	10	9	7	0
Quantidade de alunos	8	8	2	2

$$\overline{X}_P = \frac{(10\times 8)+(9\times 8)+(7\times 2)+(0\times 2)}{8+8+2+2} = \frac{80+72+14+0}{20} = \frac{166}{20} = 8{,}3$$

A média ponderada é **8,3.**

2.

$$\overline{i}_D = \frac{14.000\times 0{,}02\times 2 + 12.700\times 0{,}02\times 1.5 + 8.000\times 0{,}04\times 3 + 3.500\times 0.05\times 5}{14.000\times 2 + 12.700\times 1{,}5 + 8.000\times 3 + 3.500\times 5} = 0{,}03134952$$

A taxa média é de **3,135%.**

3. $$\overline{t}_D = \frac{14.000\times 2 + 12.700\times 1{,}5 + 8.000\times 3 + 3.500\times 5}{14.000 + 12.700 + 8.000 + 3.500} = \frac{88.550}{38.200} = 2{,}318063$$

O prazo médio é de **2,3 meses ou 2 meses e 9 dias**.

4.

Parente	Valor	Prazo	Taxa
Sogra	20.000	6 meses	3% a.m.
Cunhada	32.000	9 meses	5% a.m.
Primo	15.000	4 meses	0,8% a.m.
Sobrinho	8.000	2 meses	2,5% a.m.

a) taxa média:

$$\bar{i}_D = \frac{20.000\times 0{,}03\times 6 + 32.000\times 0{,}05\times 9 + 15.000\times 0{,}008\times 4 + 8.000\times 0.025\times 2}{20.000\times 6 + 32.000\times 9 + 15.000\times 4 + 8.000\times 2} = 0{,}039$$

Taxa média é de aproximadamente **3,9%**

b) prazo médio:

$$\bar{t}_D = \frac{20.000\times 6 + 32.000\times 9 + 15.000\times 4 + 8.000\times 2}{20.000 + 32.000 + 15.000 + 8.000} = \frac{484.000}{75.000} = 6{,}45$$

O prazo médio é de 6,45 meses ou **6 meses e 14 dias.**

c) juro total:

$$J_T = \left(\bar{i}\times\bar{t}\right)\sum_{k=1}^{m} C_k = (0{,}039\times 6{,}45)(20.000 + 32.000 + 15.000 + 8.000) = 18.866{,}25$$

Pagará **R$ 18.866,25.**

Respostas:

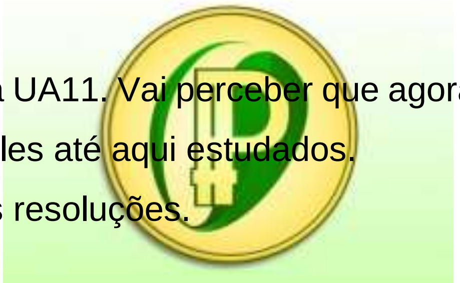
1. 8,3
2. 3,135%
3. 2 meses e 9 dias
4. a) 3,9%
   b) 6 meses e 14 dias
   c) R$ 18.866,25

MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA11 – Perpetuidades e Capitalização Contínua

Profª. Silvia Wapke Graf

Reveja com atenção a UA11. Vai perceber que agora nos deparamos com os cálculos mais simples até aqui estudados.
Assim, boas e rápidas resoluções.



1. Charlington acaba de se aposentar e retirou seu FGTS que, acumulado durante uma vida de trabalho, é de R$ 320.000,00. Resolve então aplicar esse valor em uma instituição financeira que lhe proporcionará juros efetivos de 0,98% a.m.. Desta forma terá uma renda mensal perpétua. Calcule esta renda sabendo que a primeira será retirada após o primeiro mês.

2. Um asilo receberá doação de R$ 10.000,00 mensais perpetuamente de uma empresa. A juros efetivos de 1,2% a.m. calcule o valor presente desta doação.

3. Se o asilo precisa de R$ 30.000,00 da doação imediatamente para consertar o telhado de seu prédio, de quanto será então o valor da doação?

4. O salário de um deputado federal é de R$ 33.763,00. Sabemos que quando se aposenta recebe o salário integral perpetuamente. Se considerarmos juros de poupança de 0,5% a.m., quanto representa o total dos proventos de sua aposentadoria?

5. Considere uma taxa de aplicação de 6% ao ano. Considerando taxa nominal, determine:
a) a taxa em capitalização diária;
b) a taxa em capitalização por hora;
c) a taxa em capitalização por segundo.

6. Para uma aplicação de R$ 2.000,00 e taxa de 6% a.a. durante 2 anos, calcule a diferença dos montantes se a capitalização é anual, diária e instantânea.

Respostas:

1. R$ 3.136,00
2. R$ 833.333,33
3. R$ 863.333,33
4. R$ 6.752.600,00
5. **a)** 6,18315% a.a.
b) 6.1833% a.a.
c) 6,5104% a.a.
6. R$ 7,79

Gabarito do MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA11 – Perpetuidades e Capitalização Contínua

Profª. Sílvia Wapke Graf

1. Trata-se de renda perpétua postecipada, portanto:

$$P = \frac{R}{i}$$

$$320.000 = \frac{R}{0{,}0098} \quad \text{ou} \quad R = 3.136{,}00$$

A renda perpétua será de **R$ 3.136,00**.

2. Com a mesma fórmula da questão anterior, calculamos:

$$P = \frac{10.000}{0{,}012} = 833.333{,}33$$

O valor total da doação é de **R$ 833.333,33**.

3. Se o asilo necessita um valor imediato, basta somá-lo na fórmula:

$$P = 30.000 + \frac{10.000}{0{,}012} = 30.000 + 833.333{,}33 = 863.333{,}33$$

A doação é de **R$ 863.333,33.**

4. Devemos calcular P:

$$P = \frac{33.763}{0{,}005} = 6.752.600{,}00$$

Se recebesse o total hoje, seria de **R$ 6.752.600,00**.

5. a) Capitalização diária:

$$\left(1+\frac{0{,}06}{365}\right)^{365}-1=0{,}0618315$$ ou 6,18315% a.a.

b) Capitalização por hora. Um ano tem 365 X 24 = 8.760 horas.

$$\left(1+\frac{0{,}06}{8760}\right)^{8760}-1=0{,}061833 \text{ a.a.}$$ ou 6,1833% a.a.

c) Capitalização por segundo. Temos 8760 X 60 X 60 = 31.536.000 segundos.

$$\left(1+\frac{0{,}06}{31536000}\right)^{31536000}-1=0{,}065104 \text{ a.a.}$$ ou 6,5104% a.a.

6. Capitalização anual:

FV = 2.000 $(1 + 0{,}06)^2$ = 2.247,20

Capitalização instantânea:

FV = 2.000 . $e^{0{,}06 \text{ X } 2}$ = 2.254,99

A diferença é de 7,79 reais.

MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA12 – Leasing

Profª. Sílvia Wapke Graf

Neste Momento da Verdade vamos verificar se aprendemos as normas que cerceiam o Leasing, como calcular as prestações durante sua vigência e o valor residual.

1. Das afirmações abaixo listadas decida quais são realmente normas verdadeiras e quais são falsas. Quando classificar a afirmativa como falsa, justifique sucintamente o porquê de sua classificação.

a) No leasing não incide qualquer tipo de imposto. ( )
b) A compra do bem ao final do prazo estipulado pelo leasing de um veículo é obrigatório. ( )
c) Pessoas físicas podem obter financiamentos na modalidade de leasing. ( )
d) No leasing de um veículo a manutenção e assistência técnica como reposição de peças por desgaste natural são de responsabilidade do tomador do leasing, mas, ( )
e) O seguro é sempre obrigação do banco que disponibilizou o bem por leasing. ( )
f) Existe a possibilidade de devolução do bem tomado pela modalidade de leasing antes do término do contrato. ( )
g) Para a empresa, a contratação de leasing é contabilizada como despesa, portanto, dedutível do Imposto de Renda. ( )
h) O valor residual é uma porcentagem sobre o valor atual considerado no leasing e que será quitado na opção de compra do bem. ( )

Brinde especial - eis a fórmula referente a leasing:

$$\mathbf{PMT} = \left[\mathbf{PV} - \frac{\mathbf{PV}.\delta}{(1+i)^n}\right] . \left[\frac{(1+i)^n . i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

2. Um empresário necessita uma Van para transporte de funcionários. Pesquisando as vantagens da aquisição por leasing encontrou o veículo desejado por R$ 185.000,00, valor residual de 15% e financiamento em 2 anos à taxa de 2,5% a.m.. Calcule as prestações mensais para esta proposta.

3. Pelo financiamento de uma máquina, uma empresa tem uma proposta de leasing para 5 anos à taxa de 2% a.m., com prestações mensais de R$ 7.500,00. Se R$ 277.629,99 é o valor atual (PV) da máquina, determine a porcentagem do valor residual.
Obs.: “Tire PV em evidência” na fórmula.

4. Um automóvel no valor de R$ 200.000,00 à vista pode ser adquirido por leasing com prazo de 2 anos, à taxa de 3% a.m. e prestação de R$ 12.030,00. Se o valor residual é de 15% sobre o valor do bem, decida se o leasing é vantajoso para o comprador.
Obs.: Calcule PV e compare com o valor à vista do automóvel.

Respostas:

1. Confira posteriormente no gabarito para testar seu conhecimento sobre as normas que regem o leasing.
2. R$ 9.486,04
3. 20%
4. Mais vantajoso comprar à vista pois o valor atual considerado no leasing é de R$ 219.965,86.

Gabarito do MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA12 – Leasing

Profª. Sílvia Wapke Graf

1.

a) No leasing não incide qualquer tipo de imposto. (**F**) Incide ISS, um imposto municipal.

b) A compra do bem ao final do prazo estipulado pelo leasing de um veículo é obrigatório. (**F**) A compra é optativa.

c) Pessoas físicas podem obter financiamentos na modalidade de leasing. (**V**)

d) No leasing de um veículo a manutenção e assistência técnica como reposição de peças por desgaste natural são de responsabilidade do tomador do leasing, mas, (**V**)

e) O seguro é sempre obrigação do banco que disponibilizou o bem por leasing. (**F**) O seguro, salvo em contratos excepcionais, é de responsabilidade do tomador do leasing.

f) Existe a possibilidade de devolução do bem tomado pela modalidade de leasing antes do término do contrato. (**V**)

g) Para a empresa a contratação de leasing é contabilizada como despesa, portanto dedutível do Imposto de Renda. (**V**)

h) O valor residual é uma porcentagem sobre o valor atual considerado no leasing e que será quitado na opção de compra do bem. (**V**)

2. PV = 185.000,00

n = 24 meses

i = 0,025

15% de valor residual, portanto $\delta = 0{,}15$

Aplicando os valores na fórmula:

$$PMT = \left[185.000 - \frac{185.000 \times 0{,}15}{(1+0{,}025)^{24}}\right] . \left[\frac{(1+0{,}025)^{24} \, . \, 0{,}025}{(1+0{,}025)^{24} - 1}\right] = 9.486{,}04$$

Então o valor da **prestação mensal** é de **R$ 9.486,04**

Se preferir pode calcular PMT pela HP como ensinado na Unidade de Aprendizagem.

3. Lembre-se que 5 anos são 60 meses.

Vamos isolar PV na fórmula, e depois isolamos δ, ou então substitua diretamente os valores dados:

$$PMT = \left[PV - \frac{PV.\delta}{(1+i)^n}\right].\left[\frac{(1+i)^n.i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

$$PMT = \left[PV\left(1 - \frac{\delta}{(1+i)^n}\right)\right].\left[\frac{(1+i)^n.i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

$$\frac{PMT}{PV}.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n.i}\right] = 1 - \frac{\delta}{(1+i)^n} \quad \text{(troque o sinal da equação)}$$

$$\delta = \left\{1 - \frac{PMT}{PV}.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n.i}\right]\right\}(1+i)^n$$

$$\delta = \left\{1 - \frac{7.500}{277.629{,}99}.\left[\frac{(1+0{,}02)^{60} - 1}{(1+0{,}02)^{60}.0{,}02}\right]\right\}(1+0{,}02)^{60} = 0{,}2$$

A **porcentagem do valor residual** é de **20%**.

4. Dois anos são 24 meses.

Considerando a fórmula onde “tiramos PV em evidência” (questão anterior):

$$PMT = \left[PV\left(1 - \frac{\delta}{(1+i)^n}\right)\right].\left[\frac{(1+i)^n.i}{(1+i)^n - 1}\right]$$

$$12.030 = \left[PV\left(1 - \frac{0{,}15}{(1+0{,}03)^{24}}\right)\right].\left[\frac{(1+0{,}03)^{24}.0{,}03i}{(1+0{,}03)^{24} - 1}\right]$$

PV = 219.965,87

É **mais vantajoso comprar o automóvel à vista** por R$ 200.000,00 e o mesmo automóvel tem seu valor atual estimado em R$ 219.965,87, bastante mais caro.

MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA13 e UA14 – Sistema Price e SAC

Profª. Silvia Wapke Graf

O objetivo deste Momento da Verdade é não apenas compreender os procedimentos do sistema Price e do SAC mas principalmente compará-los. Portanto as questões propostas abordam as duas UAs referentes aos temas.

1. Que característica fundamental diferencia o sistema Price do SAC?

2. Qual dos dois sistemas tem juros totais menores no financiamento? Porque?

3. Consideremos um financiamento de R$ 48.000,00, a ser quitado em 15 meses com prestações mensais à taxa de 1,5% a.m.. Monte as tabelas para o financiamento considerando pelo:

   a) Sistema Price;
   b) SAC;

Obs.: Utilize o Excel para facilitar seus cálculos.

4. Com as tabelas da questão anterior, em que prazo aproximado as prestações serão iguais?

5. Um empréstimo de R$ 100.000,00 será quitado em 6 anos com prestações mensais à taxa de 2% a.m.. Considerando os dois sistemas de amortização, determine:

   a) A prestação referente ao terceiro mês;
   b) O valor da dívida após o terceiro mês.

Respostas:

4. No oitavo período.

5. a) R$ 2.632,68 e R$ 3.333,33

b) R$ 98.063,75 e R$ 95.833,33

As demais questões devem ser conferidas pelo gabarito deste Momento da Verdade.

Gabarito do MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA13 e UA14 – Sistema Price e SAC

Profª. Silvia Wapke Graf

1. O sistema Price mantém **constantes as prestações**, conquanto o SAC mantém **constantes as amortizações**.

2. O SAC tem juros menores pois como as prestações iniciais, comparadas com as do Sistema Price, são maiores, a dívida “diminui” mais rapidamente gerando menos juros.

3. Para o Sistema Price, inicialmente calculamos a prestação, considerando PV de 48.000, taxa de 1,5% em 15 meses.
PMT = 3.597,33 reais é a prestação constante. Este cálculo você já domina muito bem.

Agora vamos utilizar o Excel.

Tabela Price					
Período	**Dívida**	**Juros**	**Prestação**	**Amortização**	**Saldo**
1	48000,00	720,00	3597,33	2877,33	45122,67
2	45122,67	676,84	3597,33	2920,49	42202,18
3	42202,18	633,03	3597,33	2964,30	39237,88
4	39237,88	588,57	3597,33	3008,76	36229,12
5	36229,12	543,44	3597,33	3053,89	33175,23
6	33175,23	497,63	3597,33	3099,70	30075,53
7	30075,53	451,13	3597,33	3146,20	26929,33
8	26929,33	403,94	3597,33	3193,39	23735,94
9	23735,94	356,04	3597,33	3241,29	20494,65
10	20494,65	307,42	3597,33	3289,91	17204,74
11	17204,74	258,07	3597,33	3339,26	13865,48
12	13865,48	207,98	3597,33	3389,35	10476,13
13	10476,13	157,14	3597,33	3440,19	7035,94
14	7035,94	105,54	3597,33	3491,79	3544,15
15	3544,15	53,16	3597,33	3544,17	-0,02

Pagamos **dois centavos a mais** na quitação do financiamento.

Para o SAC, basta dividir a dívida inicial pelo período pera obter a amortização constante.

48.000 ÷ 15 = 3.200

Tabela SAC					
Período	**Dívida**	**Juros**	**Amortização**	**Prestação**	**Saldo**
1	48000,00	720,00	3200,00	3920,00	44800,00
2	44800,00	672,00	3200,00	3872,00	41600,00
3	41600,00	624,00	3200,00	3824,00	38400,00
4	38400,00	576,00	3200,00	3776,00	35200,00
5	35200,00	528,00	3200,00	3728,00	32000,00
6	32000,00	480,00	3200,00	3680,00	28800,00
7	28800,00	432,00	3200,00	3632,00	25600,00
8	25600,00	384,00	3200,00	3584,00	22400,00
9	22400,00	336,00	3200,00	3536,00	19200,00
10	19200,00	288,00	3200,00	3488,00	16000,00
11	16000,00	240,00	3200,00	3440,00	12800,00
12	12800,00	192,00	3200,00	3392,00	9600,00
13	9600,00	144,00	3200,00	3344,00	6400,00
14	6400,00	96,00	3200,00	3296,00	3200,00
15	3200,00	48,00	3200,00	3248,00	0,00

4. Analisando as tabelas, no **8º período** as prestações se equiparam.

5. **a)** Calculada, a prestação no sistema Price é de **R$ 2.632,68** e, como é constante, no terceiro mês será o mesmo valor.

   No SAC devemos calcular a prestação em 72 meses, pela divisão:
   100.000 ÷ 72 = 1.388,89 temos a amortização constante.
   O juro no primeiro período é de 100.000 X 0,02 = 2.000;
   No segundo período será de (100.000 – 1.388,89) X 0,02 = 1972,22;
   No terceiro período: (100.000 – 2 X 1.388,89) X 0,02 = 1.994,44
   A prestação do período é a amortização mais o juro, isto é:
   1.388,89 + 1994,44 = **3.333,33 reais.**

   b) Os saldos após o terceiro mês podem ser facilmente visualizados nas tabelas parciais. Veja como tudo fica simples com as tabelas:

Tabela Price					
Período	**Dívida**	**Juros**	**Prestação**	**Amortização**	**Saldo**
1	100000,00	2000,00	2632,68	632,68	99367,32
2	99367,32	1987,35	2632,68	645,33	98721,99
3	98721,99	1974,44	**2632,68**	658,24	**98063,75**

No sistema Price o saldo no terceiro período é de **R$ 98.063,75.**

Tabela SAC					
Período	**Dívida**	**Juros**	**Amortização**	**Prestação**	**Saldo**
1	100000,00	2000,00	1388,89	3388,89	98611,11
2	98611,11	1972,22	1388,89	3361,11	97222,22
3	97222,22	1944,44	1388,89	**3333,33**	**95833,33**

No SAC o saldo no terceiro período é de **R$ 95.833,33.**

.

MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA15 – Empréstimos em Contexto Inflacionário

Profª. Sílvia Wapke Graf

1. No início de janeiro de 2016, Joiceleide investe R$ 20.000,00 na caderneta de poupança que pratica taxa fixa de juros de 0,5% a.m. mais TR. Os índices da TR estão na tabela abaixo, considerando o período de janeiro a agosto de 2016.

Janeiro	0,17%
Fevereiro	0,0302%
Março	0,1519%
Abril	0,00%
Maio	0,0764%
Junho	0,0536%
Julho	0,0623%
Agosto	0,0509%

a) Monte uma tabela no Excel para o cálculo da rentabilidade de cada período.

b) Determine a taxa nominal do investimento.

c) Qual o rendimento real acumulado?

d) Calcule o montante de Joiceleide ao final do período.

2. Com a mesma tabela da TR acima, monte uma tabela Price considerando a inflação, juro de 1% a.m., dívida inicial de R$ 3.000,00 e período dos 8 meses da tabela.

Sugestão: use Excel.

Respostas:

1. a) Confira com o gabarito.
b) 4,69%
c) 4,07%
d) R$ 20.938,34

2. Confira com o gabarito.
PMT = 392,07, sem correção.

Gabarito do MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA15 – Empréstimos em Contexto Inflacionário

Profª. Silvia Wapke Graf

1. a) Tabela no Excel para o cálculo da rentabilidade de cada período.

Período	TR %	% juro	1+TR/100	1+Juro/100	Rentabilidade
Janeiro	0,17	0,5	1,0017	1,005	0,006709
Fevereiro	0,0302	0,5	1,0003	1,005	0,005304
Março	0,1519	0,5	1,0015	1,005	0,006527
Abril	0,00	0,5	1,00	1,005	0,005
Maio	0,0764	0,5	1,0008	1,005	0,005768
Junho	0,0536	0,5	1,0005	1,005	0,005539
Julho	0,0623	0,5	1,0006	1,005	0,005626
Agosto	0,0509	0,5	1,0005	1,005	0,005512

b) Simplesmente adicione uma coluna na tabela que considera a rentabilidade de cada período mais 1, e solicite o produto dos valores desta coluna.

Período	TR %	% juro	1+TR/100	1+Juro/100	Rentabilidade	Rentabilidade+1
Janeiro	0,17	0,5	1,0017	1,005	0,006709	1,0067085
Fevereiro	0,0302	0,5	1,0003	1,005	0,005304	1,0053035
Março	0,1519	0,5	1,0015	1,005	0,006527	1,0065266
Abril	0,00	0,5	1,00	1,005	0,005	1,005
Maio	0,0764	0,5	1,0008	1,005	0,005768	1,0057678
Junho	0,0536	0,5	1,0005	1,005	0,005539	1,0055387
Julho	0,0623	0,5	1,0006	1,005	0,005626	1,0056261
Agosto	0,0509	0,5	1,0005	1,005	0,005512	1,0055115
					Produto	1,0469173

A taxa nominal é **i_{nom} = 4,69%**

c) O rendimento real não considera a TR, pois este índice apenas atualiza os valores conforme inflação. Não agrega valor de compra ao capital.

Assim, o rendimento real r é:

$1 + r = (1+0,005)^8$

r = 4,07%

d) O montante será de FV = 20.000 (1,0469172) = **20.938,34 reais**.

2. Calculando a prestação (já de amplo domínio do aluno), obtemos:

PMT = 392,07 reais.

Agora proceda conforme instrução na UA 15, para o desenvolvimento da tabela Price.

Período	TR %	Dívida	1+ TR/100	Div.corrigida	Juro	PMT corrigida	Amortização	Saldo
Janeiro	0,1700	3000,0000	1,0017	3005,1000	30,0510	392,7365	362,6855	2642,4145
Fevereiro	0,0302	2642,4145	1,0003	2643,2125	26,4321	392,8551	366,4230	2276,7895
Março	0,1519	2276,7895	1,0015	2280,2479	22,8025	393,4519	370,6494	1909,5985
Abril	0,0000	1909,5985	1,0000	1909,5985	19,0960	393,4519	374,3559	1535,2427
Maio	0,0764	1535,2427	1,0008	1536,4156	15,3642	393,7525	378,3883	1158,0273
Junho	0,0536	1158,0273	1,0005	1158,6480	11,5865	393,9635	382,3770	776,2709
Julho	0,0623	776,2709	1,0006	776,7545	7,7675	394,2090	386,4414	390,3131
Agosto	0,0509	390,3131	1,0005	390,5118	3,9051	394,4096	390,5045	0,0073

MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA16 – Noções de Câmbio

Profª. Silvia Wapke Graf

Quando falamos de câmbio reportamo-nos à conversão entre moedas de diferentes países. Pense em quantos países há no mundo, cada qual com sua moeda, alguns até mesmo com mais de uma moeda em circulação, alguns países se unindo para uma moeda comum (euro). E se consideramos a globalização, urge que conheçamos a técnica de conversão destas inúmeras moedas de inúmeros países.

1. A cotação do dólar hoje é de R$ 3,15. Quantos dólares podem ser comprados com dois mil reais, incluindo o IOF de 1,1%?

2. Pesquisando um site de turismo encontramos um hotel em Madagascar a bom preço, diária de R$ 80,00. O hotel aceita pagamento em dólar. Para uma estadia de 15 dias de quantos dólares devemos dispor? (Use cotação da questão acima e desconsidere IOF)

3. Sr. Vanderico pagou US$ 5.100,00 por sua estadia de 30 dias no hotel Sibi em Los Angeles. Com a mesma cotação da moeda americana acima, quanto pagou por dia em reais?

4. Se US$ 1,00 vale R$ 3,15 e 1,00 € vale R$ 4,02, quanto vale um dólar em euro?

Respostas:

1. US$ 628,01
2. US$ 380,95
3. R$ 535,50
4. Dólar vale 0,78 de euro.

Gabarito do MOMENTO DA VERDADE - Matemática Financeira

UA16 – Noções de Câmbio

Profª. Sílvia Wapke Graf

1. Inicialmente vamos verificar quantos reais teremos, excluído o IOF.

2.000 ÷ 1,011 = 1978,24
Então com "regra de três":

1 Dólar □□ 3,15 reais
x dólares □□ 1978,24

x = 1978,24 ÷ 3,15 = 628,01
Compraremos US$ 628,01

2. Calculando, em reais, quanto custará a estadia:

80,00 X 15 = 1.200,00
Calculando quanto "custam" 1.200 reais em dólar:

1 □□ 3,15
x □□ 1.200

x = 380,952381
Devemos dispor de aproximadamente US$ 380,95.

3. A diária em dólar é de 5.100 ÷ 30 = 170 dólares

170 X 3,15 = 535,50 reais

O preço da diária é de R$ 535,50

4. Se 1,00 € vale 4,02 reais, então 1,00 real vale:

1 □□ 4,02
x □□ 1,00 x = 0,24875622 de euro

Se US$ 1,00 vale 3,15 reais, então 1,00 real vale:
1 □□ 3,15
x □□ 1,00 x = 0,31746032 de dólar

€ US$
0,24875622 □□ 0,31746032
x □□ 1,00

x = 0,7835821

Um dólar vale 0,78 de euro.